

2013

ROČNÍK 4

ČÍSLO 3

LOGOS POLYTECHNIKOS

V Š P

J

Vysoká škola
polytechnická
Jihlava

Vážené čtenářky, vážení čtenáři,

Dostává se vám do rukou třetí číslo časopisu LOGOS POLYTECHNIKOS, který vydává Vysoká škola polytechnická Jihlava jako jeden ze svých odborných periodik. Každoročně je třetí číslo zaměřeno na ekonomickou a matematickou problematiku a nejinak tomu je i v tomto vydání.

Stále častěji slýcháváme, jak je ekonomie důležitá, jak se bez ekonomických znalostí v dnešní době neobejdeme. O matematice naopak slýcháváme, že je těžká a že aktuálním trendem je prohlubující se neznalost matematiky žáků základních a středních škol. Není však již tak běžné, že bychom se dovídali o nutnosti propojení matematiky a ekonomie, ačkoliv žádné hodnocení ekonomické situace a žádné ekonomické analýzy se bez matematiky neobejdou. V době snad již doznívající ekonomické krize (či recese, chcete-li) se mnoho ekonomů chytá všech čísel, která by mohla naznačit změnu k lepšímu. Prognózy vývoje, odhady výše inflace, nezaměstnanosti, HDP, úrokové míry a podobných ekonomických ukazatelů musí být podloženy matematickými výpočty, pokud mají plnit svou roli. Důraz je však stále více kladen na ekonomický význam, o matematické podstatě se obvykle nemluví. Matematici zbystří snad jen tehdy, pokud ministr financí prohlásí, že „česká ekonomika skončí v roce 2012 s kladnou nulou“. Nula, jak známo, odděluje na číselné ose kladná čísla (pro ekonomy dobrá) a záporná čísla (obvykle ekonomicky špatná, pokud zrovna není řešen pokles cen). Kladná nula je tedy matematicky nesmyslný výrok, nicméně ekonomicky vzato zní lépe, než „hodnota blízká nule“. Nula je v obou zmíněných oborech často užívané číslo, a tak si dovoluji přidat citát významného indického matematika Brahmagupty (597-668), který jako první vytvořil pravidla pro počítání s nulou:

„Jako slunce zastíňuje hvězdy svým jasem, tak i vzdělaný člověk může zastínit slávu druhých lidí, bude-li předkládat matematické úlohy, a dosáhne ještě víc, bude-li je řešit.“

Předkládáme Vám tedy náhled do problematiky jak ekonomické, tak matematické a současně i propojení ekonomicko-matematických problémů, čímž bychom rádi ukázali vhodnost a nezbytnost spojení uvedených disciplín, která je někdy opomíjena. Zda se autorům podařilo „zastínit slávu druhých“ svým řešením či nápadem, posuďte prosím sami.

Doufám, že časopis LOGOS POLYTECHNIKOS Vám bude i nadále dobrým společníkem a inspirací.

Martina Kuncová
vedoucí katedry ekonomických studií
Vysoká škola polytechnická Jihlava

JANA KREJČOVÁ

**Oscillation Criteria for a Class of the Fourth-Order Nonlinear
Difference Equations 3**

MARTINA CHALUPOVÁ, STANISLAV ROJÍK, MARTIN PROKOP

**Znalost značky Regionální potravina mezi spotřebiteli v Kraji Vysočina
a v Moravskoslezském kraji..... 15**

MARTINA ZOUHAROVÁ

**Poznejte své zákazníky aneb markovské řetězce ve službách
marketingu 25**

OLDŘICH RAMBOUSEK

Příspěvková organizace..... 33

ONDŘEJ ŽIŽLAVSKÝ

**Personální potenciál rozvoje inovační schopnosti podniku
a způsoby jeho měření..... 39**

PETR MUSIL, VERONIKA HEDIJA

Diferenciace mezd mezi muži a ženami ve vybraných zemích 52

VLADISLAV CHÝNA

Optimalizace ve filmovém průmyslu 69

Oscillation Criteria for a Class of the Fourth-Order Nonlinear Difference Equations

Jana Krejčová

College of Polytechnics Jihlava

Department of Mathematics

Abstract

In this paper the author establish sufficient conditions for the nonexistence of non-oscillatory solutions and state oscillation theorems for the sublinear case of fourth-order difference equations of the form

$$\Delta^2 \left(p_n (\Delta^2 x_n)^\alpha \right) + q_n x_{n+\tau}^\beta = 0.$$

This approach is based on considering the equation as a system of the four-dimensional difference system and on the cyclic permutation of the coefficients in the difference equation.

Key words

Fourth order difference equation, non-oscillatory solution, oscillatory solution, cyclic permutation.

Introduction

Many real world phenomena can be modelled by a recurrence relation. A recurrence relation is an equation that defines a sequence recursively, which means that each term of the sequence is defined as a function of the preceding terms. These equation which expresses a value of a sequence as a function of the other terms in the sequence is called a difference equation. Many interesting dynamical problems in applied science can be modelled by difference equations (for example vibration of particles and lattices in physics, phenomena in crystals, statistics, electric circuit analysis, dynamical systems, molecular chains, control theory, etc.). The theory of difference equations, the methods used, and their wide applications occupy a central position in the broad area of mathematical analysis. Difference equations are used as mathematical models describing real life situation in probability theory, queuing problems, statistical problems, stochastic time series, combinatorial analysis, number theory, geometry, electrical networks, etc. In general, we expect difference equations to occur whenever the system under study depends on one or more variables that can only assume a discrete set of possible values.

An equation of the form

$$f(n, x_n, \Delta x_n, \Delta^2 x_n, \dots) = 0,$$

where Δ is the forward difference operator defined by

$$\Delta x_n = x_{n+1} - x_n,$$

is called a difference equation.

We can begin with two examples.

Example 1:

Consider a plane that has lying in it n nonparallel lines. Into how many separate compartments will the plane be divided if not more than two lines intersect in the same point?

Let x_n be the number of compartments. Therefore, the $(n+1)$ th line will be cut by the n previous lines in n points and, consequently, divides each of the $n+1$ prior existing compartments into two. This gives

$$x_{n+1} = x_n + n + 1,$$

or

$$\Delta x_n = n + 1.$$

Note that for $n=0$ is $x_0 = 1$ since the plane is then undivided. For $n=1, x_1 = 2$, because a single line divides the plane into two compartments.

Example 2:

How many ways can we run up n stairs, if we can go up one or two steps?

Let x_n be the number of ways for n stairs. Consider going up the $n+2$ stairs. Assume that we make the first step over one stair then there are x_{n+1} possibilities how to go up the further stairs. On the other hand, if we make the first step over two stairs, there are x_n ways how to run up the remaining stairs. We obtain this recurrent relation

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n,$$

where obviously holds that $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Difference equations in previous examples are linear and they are easily solvable, but most of the difference equations are nonlinear and it is well-known that most of these equations cannot be solvable because there is no general method for solving. We cannot express their solutions explicitly. Therefore we try to find out how solutions behave to obtain approximate solutions.

By a solution of a difference equation we mean a sequence x_n which satisfies this equation for $n \in N$. We consider only such solutions that are nontrivial for all large n . Especially important in the behaviour of a solutions x_n of an equation for large n is its periodicity, boundedness, stability, oscillation or convergence. The oscillatory or non-oscillatory behaviour of solutions plays an important role.

A solution x_n of a difference equation is said to be oscillatory if for any $n_0 \geq 1$ there exists $n > n_0$ such that $x_{n+1}x_n \leq 0$.

Otherwise, a solution is said to be non-oscillatory. The equation is said to be oscillatory if all its solutions are oscillatory.

In the last few years, there has been an increasing interest in the study of oscillatory and asymptotic behaviour of solutions of difference equations. Compared to second-order difference equations, the study of higher-order equations and, in particular, fourth-order difference equations has received considerably less attention. Following this trend we study some sufficient conditions for the oscillation of all solutions of a fourth-order difference equation.

Preliminaries

In this article, we consider a class of fourth-order nonlinear difference equations of the form

$$(1) \quad \Delta^2 \left(p_n (\Delta^2 x_n)^\alpha \right) + q_n x_{n+\tau}^\beta = 0,$$

where α, β are the ratios of odd positive integers, $\tau \in Z$ is a deviating argument and $\{p_n\}, \{q_n\}$ are positive real sequences defined for all $n \in N_0 = \{n_0, n_0 + 1, \dots\}$, n_0 is a positive integer and Δ is the forward difference operator.

By a solution of equation (1) we mean a real sequence $\{x_n\}$ satisfying equation for $n \in N_0$.

The oscillatory and asymptotic behaviour of solutions of the nonlinear difference equation of the form (1) has been considered by Thandapani and Selvaraj [12, 13]. The equation (1) is in their articles discussed under the conditions

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_n^{1/\alpha}} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \left(\frac{n}{p_n} \right)^{1/\alpha} = \infty,$$

while articles from Agarwal, Grace, Wong [2], Thandapani, Arockiasamy [10] and Thandapani, Vijaya [11] deal with cases where at least one of these series is convergent.

Equation (1) is a special case of a nonlinear fourth-order equation with deviating argument investigated by Agarwal, Grace, Manojlović [1, 3] and in our recent article

Došlá, Krejčová [4]. For further results we refer the reader to the references cited therein.

Equation (1) with $\tau = 2$ can be seen as a coupled system of two second-order difference equations of the form

$$(CS1) \quad \begin{aligned} \Delta^2 x_n &= -p_n^{-1/\alpha} \cdot z_{n+1}^{1/\alpha} \\ \Delta^2 z_n &= q_{n-1} \cdot x_{n+1}^\beta. \end{aligned}$$

The coupled system (CS1) is a special case of more general coupled systems of the form

$$(CS2) \quad \begin{aligned} \Delta(r_n (\Delta x_n)^\alpha) &= -\varphi_n \cdot z_{n+1}^\mu \\ \Delta(q_n (\Delta z_n)^\beta) &= \psi_n \cdot x_{n+1}^\lambda. \end{aligned}$$

If we eliminate z from the first equation of the system (CS2), this system can be rewritten as a fourth-order nonlinear difference equation of the form

$$\Delta\left(q_{n+1} \left(\Delta\left(\varphi_n^{-1/\mu} \left(\Delta(r_n (\Delta x_n)^\alpha)\right)^{1/\mu}\right)\right)^\beta\right) + \psi_{n+1} x_{n+2}^\lambda = 0.$$

It is apparent that the equation (1) is a special type of this equation.

Oscillatory properties of coupled system (CS2) have been investigated by Marini, Matucci, Řehák [7, 8] and Tanigawa [9].

Our approach here is to consider equation (1) as a four-dimensional system. If we denote

$$\begin{aligned} y_n &= \Delta x_n, \\ z_n &= p_n (\Delta y_n)^\alpha, \\ w_n &= \Delta z_n, \end{aligned}$$

then equation (1) can be written as a nonlinear system of the form

$$(S1) \quad \begin{aligned} \Delta x_n &= y_n \\ \Delta y_n &= P_n \cdot z_n^{1/\alpha} \\ \Delta z_n &= w_n \\ \Delta w_n &= -Q_n \cdot x_{n+\tau}^\beta \end{aligned}$$

where $P_n = p_n^{-1/\alpha}$ and $Q_n = q_n$.

Obviously, if (x, y, z, w) is a solution of system (S1) and one of its components is of one sign, then all its components are of one sign. System (S1) can be viewed as a discrete analogue of the four-dimensional differential system investigated by Kusano et al. [6] and by Chanturia [5].

Motivated by these articles, we study the oscillatory properties of solutions of (1). Our main goal is to state a new oscillation theorem for equation (1) in the sublinear case $\alpha > \beta$ and to extend the existing oscillation results in the literature in case where the difference operator in (1) is in the canonical form, i.e. when

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} = \infty.$$

Our results are based on the conditions for the non-existence of non-oscillatory solutions. Due to our approach considering equation (1) as the four-dimensional system (S1), we extend for any $\tau \in Z$ some results of [1] stated for a delay $\tau \leq 0$. The aim of this article is to extend some recent results obtained by author in [4] and to show how it is possible to extend oscillation criteria using cyclic permutation to the case when

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} < \infty.$$

Nonoscillatory solutions

In this section, we state some basic results regarding the classification of non-oscillatory solutions of equation (1).

Without any loss of generality, we restrict our attention to the set of positive solutions, because if $\{x_n\}$ satisfies (1), then so does $\{-x_n\}$.

We consider instead of equation (1) the four-dimensional system (S1). If (S1) has a solution (x, y, z, w) , then $(-x, -y, -z, -w)$ is a solution of (S1), too. Hence we can consider solutions such that $x_n > 0$ for large n .

We start with the classification of non-oscillatory solutions of (S1). The following lemmas have been presented for a more general type of fourth-order difference equations in [4] with proofs, so we formulate these statements without the proofs.

Lemma 1

Assume

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} = \infty.$$

Then any solution (x, y, z, w) of system (S1) such that $x_n > 0$ for large n is one of the following types:

Type (a) $x_n > 0$ $y_n > 0$ $z_n > 0$ $w_n > 0$ for all large n ,

Type (b) $x_n > 0$ $y_n > 0$ $y_n < 0$ $w_n > 0$ for all large n .

Remark 1

We say that a solution x of (1) is of *type (a)* or *type (b)* if the corresponding solution (x, y, z, w) of system (S1) is of *type (a)* or *type (b)*.

Lemma 2

Assume

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n = \infty.$$

Then equation (1) is oscillatory.

Hence, if the operator in the difference equation (1) is in the canonical form and if the equation has a nonoscillatory solution, then

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n < \infty.$$

Example 3

Consider the difference equation

$$\Delta^2 \left(n \left(\Delta^2 x_n \right)^3 \right) + 256(n+1)x_{n+3}^{1/3} = 0, n \geq 1.$$

Here $p_n = n, q_n = 256(n+1), \alpha = 3, \beta = 1/3$. It is easy to see that all conditions of Lemma 2 are satisfied and hence all solutions of this equation are oscillatory. In fact, $\{x_n\} = \{(-1)^n\}$ is one such solution of this equation.

The nonexistence of non-oscillatory solutions is ensured by the following conditions.

Lemma 3

If $\beta < \alpha$ and

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^{n+\tau-1} \left(\sum_{j=n_0}^{i-1} \frac{1}{p_j^{1/\alpha}} (j-n_0)^{1/\alpha} \right) \right)^\beta = \infty,$$

then equation (1) has no solution of type (a).

Lemma 4

Equation (1) has no solution of type (b) if any of the following conditions hold:

$$(i) \quad T := \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n (n - n_0 + 1) = \infty,$$

$$(ii) \quad \beta < \alpha, T < \infty \text{ and}$$

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} (n + \tau - n_0)^{\beta/\alpha} \left(\sum_{k=n}^{\infty} q_k k \right)^{1/\alpha} = \infty.$$

Oscillation theorems

In this section, we state and prove criteria for the oscillation of all solutions of the equation (1). Using the lemmas in the previous section about the nonexistence of nonoscillatory solutions of *type (a)* and *type (b)* we obtain following theorem which gives the sufficient conditions for equation (1) to be oscillatory.

Theorem 1

Assume $\beta < \alpha, \tau \in Z$,

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} p_n^{-1/\alpha} = \infty, \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n < \infty.$$

If

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^{n+\tau-1} \left(\sum_{j=n_0}^{i-1} \frac{1}{p_j^{1/\alpha}} (j - n_0)^{1/\alpha} \right) \right)^{\beta} = \infty$$

and either

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n (n - n_0 + 1) = \infty$$

or

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_n^{1/\alpha}} (n + \tau - n_0)^{\beta/\alpha} \left(\sum_{k=n}^{\infty} q_k k \right)^{1/\alpha} = \infty$$

hold, then equation (1) is oscillatory.

Corollary 1

Assume $\beta < \alpha$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} p_n^{-1/\alpha} = \infty, \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n < \infty$.

If $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n^{\beta} = \infty$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n = \infty$ then equation (1) with $\tau \geq 1$ is oscillatory.

Proof

From Lemma 4 we know that the equation (1) does not have any solution of *type (b)*

$$\text{if } \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n (n - n_0 + 1) = \infty.$$

Since $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - n_0 + 1}{n} = 1$ we get $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n (n - n_0 + 1) = \infty$ if and only if $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n = \infty$.

Similarly, when we use the condition from Lemma 3, since $\tau \geq 1$ we obtain

$$\begin{aligned} & \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^{n+\tau-1} \left(\sum_{j=n_0}^{i-1} \frac{1}{p_j^{1/\alpha}} (j - n_0)^{1/\alpha} \right) \right)^\beta \geq \\ & \geq \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^n \left(\sum_{j=n_0}^{i-1} 1 \right) \right)^\beta = \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^n (i - n_0) \right)^\beta \geq \\ & \geq \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^n 1 \right)^\beta \geq \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n (n - n_0 + 1)^\beta. \end{aligned}$$

Since $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - n_0 + 1}{n} = 1$ we get that if

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n^\beta = \infty, \text{ then } \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n \left(\sum_{i=n_0}^{n+\tau-1} \left(\sum_{j=n_0}^{i-1} \frac{1}{p_j^{1/\alpha}} (j - n_0)^{1/\alpha} \right) \right)^\beta = \infty.$$

Therefore the equation (1) does not have any solution of *type (a)*. Thus the equation (1) is oscillatory.

Remark 2

Observe that if

- $\beta \geq 1$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n = \infty$, then $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n^\beta = \infty$,
- $\beta \leq 1$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n^\beta = \infty$, then $\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n n = \infty$.

We can apply these oscillation theorems only when the operator of the equation (1) is in the canonical form. But we can extend our oscillation criteria to the case when the operator of the equation (1) is not in the canonical form using the cyclic permutation method.

Lemma 5

x_n is a solution of equation (1) if and only if $z_n = p_n (\Delta^2 x_n)^\alpha$ is a solution of

$$(2) \quad \Delta^2 \left(\frac{1}{q_n^{1/\beta}} (\Delta^2 z_n)^{1/\beta} \right) + \frac{1}{p_{n+\tau}} z_{n+\tau}^{1/\alpha} = 0.$$

Proof

If we express x from the last equation in (S1) we obtain

$$x_{n+\tau} = -\frac{1}{q_n^{1/\beta}} (\Delta w_n)^{1/\beta} = -\frac{1}{q_n^{1/\beta}} (\Delta^2 z_n)^{1/\beta}.$$

Thus, from here and the first and the second equation of system (S1) we obtain

$$\begin{aligned} \Delta y_{n+\tau} &= P_{n+\tau} z_{n+\tau}^{1/\alpha} \\ \Delta^2 x_{n+\tau} &= P_{n+\tau} z_{n+\tau}^{1/\alpha}. \end{aligned}$$

Substituting x into the previous equation we get equation (2)

$$-\Delta^2 \left(\frac{1}{q_n^{1/\beta}} (\Delta^2 z_n)^{1/\beta} \right) = p_{n+\tau}^{-1/\alpha} z_{n+\tau}^{1/\alpha}.$$

Theorem 2

Equation (1) is oscillatory if and only if equation (2) is oscillatory.

Remark 3

Observe that the difference operator in the equation (2) is in the canonical form if

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} q_n = \infty.$$

Theorem 3

Assume $\beta < \alpha, \tau \in \mathbb{Z}$,

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} p_n^{-1/\alpha} < \infty, \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n = \infty.$$

Equation (1) is oscillatory if any of the following conditions hold:

(i) $\tau \geq 1$

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \left(\frac{n}{p_n} \right)^{1/\alpha} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_n^{1/\alpha}} = \infty,$$

$$(ii) \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_{n+\tau}^{1/\alpha}} \left(\sum_{j=n_0}^{n+\tau-1} j^{\beta} q_j \right)^{1/\alpha} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_n^{1/\alpha}} = \infty,$$

$$(iii) \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{p_{n+\tau}^{1/\alpha}} \left(\sum_{j=n_0}^{n+\tau-1} j^{\beta} q_j \right)^{1/\alpha} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} n^{\beta/\alpha} q_n \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{k}{p_k^{1/\alpha}} \right)^{\beta} = \infty.$$

Proof

To prove this theorem we use Theorem 1 and Corollary 1, but there we assume that the operator of the equation (1) is in the canonical form. Because assumptions in this theorem are different we use the cyclic permuted equation (2). The equation (2) with these conditions

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} p_n^{-1/\alpha} < \infty, \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} q_n = \infty,$$

is in the canonical form. We can now apply Corollary 1 to the equation (2). We obtain that the equation with $\tau \geq 1$ is oscillatory if

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \left(\frac{n}{p_{n+\tau}} \right)^{1/\alpha} = \infty \quad \text{and} \quad \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_{n+\tau}^{1/\alpha}} = \infty.$$

Since $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+\tau}{n} = 1$ then the conditions in claim (i) ensures the validity of these conditions.

Now if we apply Theorem 1 to the equation (2) we will get the conditions in claim (ii) and claim (iii).

Remark 4

Observe that if

- $\alpha \geq 1$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} \left(\frac{n}{p_n} \right)^{1/\alpha} = \infty$, then $\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_n^{1/\alpha}} = \infty$,
- $\alpha \leq 1$ and $\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{n}{p_n^{1/\alpha}} = \infty$, then $\sum_{n=n_0}^{\infty} \left(\frac{n}{p_n} \right)^{1/\alpha} = \infty$.

Example 4

Consider the difference equation

$$\Delta^2 \left(n^7 (\Delta^2 x_n)^3 \right) + 64 \left((n+2)^7 + 2(n+1)^7 + n^7 \right) x_{n+3}^{1/3} = 0, \quad n \geq 1.$$

Here $p_n = n^7$, $q_n = 64((n+2)^7 + 2(n+1)^7 + n^7)$, $\alpha = 3$, $\beta = 1/3$. It is easy to see that all conditions in claim (iii) of Theorem 3 are satisfied and hence all solutions are oscillatory. In fact $\{x_n\} = \{(-1)^n\}$ is one such solution of this equation.

Conclusion

The main purpose of this article is to introduce the reader to the problems of fourth-order nonlinear difference equations and to show the procedure of investigating the properties of solutions of these equations. Using the elimination of non-oscillatory solutions we establish oscillation criteria for the equation (1) and we demonstrate how it can be extended using the cyclic permutation of the coefficients of the equation (1) to the case when the operator of the equation (1) is not in canonical form.

Literature

- [1] Agarwal R.P., Grace S.R., Manojlović J.V.: On the oscillatory properties of certain fourth order nonlinear difference equations, *J. Math. Anal. Appl.* 2006, 322: 930-956.
- [2] Agarwal R.P., Grace S.R., Wong P.J.Y.: Oscillatory behavior of fourth order nonlinear difference equations, *New Zealand Journal of mathematics*, 36 (2007) 101-111.
- [3] Agarwal R.P., Manojlović J.V.: Asymptotic behavior of nonoscillatory solutions of fourth order nonlinear difference equations, *Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A Math. Anal.* 2009, 16: 155-174.
- [4] Došlá Z., Krejčová J.: Oscillation of a class of the fourth-order nonlinear difference equations, to appear *Adv. Difference Equ.*
- [5] T. A. Chanturia: On oscillatory properties of systems of nonlinear ordinary differential equations (in Russian), *Proc. of I. N. Vekua Inst. of Appl. Math.*, Tbilisi 1983, 14: 163-204.
- [6] Kusano T., Naito M., Wu F.: On the oscillation of solutions of 4-dimensional Emden-Fowler differential systems, *Adv. Math. Sci. Appl.* 2001, Vol.11, No.2: 685-719.
- [7] Marini M., Matucci S., Řehák P.: Oscillation of coupled nonlinear discrete systems, *J. Math. Anal. Appl.* 295 (2004) 459-472.
- [8] Matucci S., Řehák P.: Nonoscillatory solutions of a second-order nonlinear discrete system, *Applied Math. and Comp.* 190 (2007) 833-845.
- [9] Tanigawa T.: Positive decreasing solutions of systems of second order quasilinear differential equations, *Funkcial. Ekvac.* 43 (2000) 361-380.
- [10] Thandapani E., Arockiasamy I.M.: On fourth order nonlinear oscillations of difference equations, *Comput. Math. Appl.* 2001, 42: 357-368.
- [11] Thandapani E., Vijaya M.: Oscillatory and asymptotic behavior of fourth order quasilinear difference equations, *Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ.* 2009, 64: 1-15.

- [12] Thandapani E., Selvaraj B.: Oscillations of fourth order quasilinear difference equations, Fasc. Math. 2007, 37: 109-119.
- [13] Thandapani E., Selvaraj B.: Oscillatory and nonoscillatory behavior of fourth order quasilinear difference equations, Far East J. Appl. Math. 2004, 17 (3): 287-307.

Oscilační kritéria pro třídu nelineárních diferenčních rovnic čtvrtého řádu

Abstrakt

V tomto článku jsou uvedeny postačující podmínky pro neexistenci neoscilatorických řešení a dále jsou stanoveny oscilační kritéria pro sublineární případ diferenční rovnice čtvrtého řádu ve tvaru

$$\Delta^2 \left(p_n (\Delta^2 x_n)^\alpha \right) + q_n x_{n+\tau}^\beta = 0.$$

Postup je založený na přepisu diferenční rovnice čtvrtého řádu jako systému čtyř diferenčních rovnic prvního řádu a na cyklické permutaci koeficientů v dané diferenční rovnici.

Klíčová slova

Diferenční rovnice čtvrtého řádu, neoscilatorické řešení, oscilatorické řešení, cyklická záměna.

Kontaktní údaje

Mgr. Jana Krejčová
Katedra matematiky Vysoké školy polytechnické Jihlava
Tolstého 16, 586 01 Jihlava
tel.: +420 567 141 145
e-mail: jana.krejцова@vspj.cz

Znalost značky Regionální potravina mezi spotřebiteli v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji

Martina Chalupová, Stanislav Rojík, Martin Prokop

Vysoká škola polytechnická Jihlava

Katedra ekonomických studií, katedra matematiky

Abstrakt

Príspevek prináša čiastočné výsledky výzkumu o znalosti značky Regionální potravina mezi obyvateli Kraje Vysočina a Moravskoslezského kraje. Kvantitativní výzkum proběhl v květnu a říjnu roku 2012 za pomoci tazatelů, do statistického zpracování bylo zahrnuto 840 dotazníků. Znalost této regionální značky potravin mezi vybranými respondenty a jejich souvislost s vybranými demografickými znaky byla testována pomocí Pearsonova Chí kvadrátu. Výsledky obou výzkumů ukazují na rozdíly mezi obyvateli Kraje Vysočina a Moravskoslezského kraje.

Klíčová slova

regionální značky potravin, výzkum znalosti, Kraj Vysočina, Moravskoslezský kraj

Úvod

Čeští spotřebitelé se stále víc zajímají o původ potravin, které jim obchodníci nabízejí a současně ve stále větší míře preferují domácí výrobky, kterým přisuzují větší kvalitu, což ukázal např. výzkum Horské, Úrgeové a Prokeinové (2011). Tento trend také potvrdila např. dotazníková šetření Ministerstva zemědělství provedená na posledních třech ročnicích zemědělského veletrhu Země živitelka v Českých Budějovicích (http://eagri.cz/public/web/regionalni_potraviny©2013), ale i výzkum Turčínkové a Kalábové (2011). Tyto autorky na základě vlastních zjištění konstatovaly, že podpora růstu zájmu spotřebitelů o kvalitní lokální potraviny se může stát odrazovým můstkem pro růst konkurenceschopnosti regionálních výrobců na českém i zahraničním trhu. Jednou z cest, jak zdůraznit místní původ, může být regionální značka, která může spotřebitelům signalizovat, že se jedná o autentický produkt, který pro získání takového označení musel splnit daná kritéria (Van der Lans, Van Ittersum, De Cicco and Loseby, 2001). Podle Asociace regionálních agentur (Čadilová, 2010) mají regionální značky produktů plnit několik dalších rolí – mohou pomoci zviditelnit venkovské regiony a podpořit rozvoj na území, které je zajímavé svým přírodním a kulturním bohatstvím, mohou také přispět k rozvoji udržitelného cestovního ruchu tím, že poslouží jako vodítko pro orientaci turistů při nákupech. V neposlední řadě

16 Znalost značky Regionální potravina mezi spotřebiteli v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji

mohou regionální značky přispět i k oživení místní komunity tím, že při jejich vzniku se vytvoří síť spolupráce jak mezi podnikateli (výrobci, prodejci), tak i s institucemi místní správy a samosprávy (Chalupová, Fiala, Rojík, 2013).

V současnosti neexistuje žádná obecně přijímaná definice regionální potraviny. Jednu z nich nabízejí Van Ittersum, Candel a Meulenberg (2003), kteří ji definují jako produkt, jehož kvalita a/nebo proslulost může být spojena s regionem, a jejíž marketing je postaven na užití jména regionu svého původu. Podle Blaka, Mellora a Crana (2010) musí být koncepce regionální potraviny propojena se všemi částmi výrobního a prodejního řetězce (kde byla potravina zpracována, kdo je prodejce a kdo je spotřebitel).

Regionální značení potravinářské produkce se v České republice intenzivně rozvíjí v posledních zhruba deseti letech. První značky, které se staly základem pozdější Asociace regionálních značek (ARZ), vznikly díky projektu „Lidé přírodě, příroda lidem“, podpořeného Evropskou komisí, v letech 2005 a 2006 (Čadilová, 2010). Tento článek se věnuje pouze projektu Ministerstva zemědělství, jehož výsledkem je soutěž o značku Regionální potravina, která je pořádána ve 13 krajích v posledních třech letech.

Príspevek je iniciován na základě interního grantu Ing. Stanislava Rojíka. Projekt je financovaný Vysokou školou polytechnickou v Jihlavě.

Značka Regionální potravina

V roce 2010 se otevřel projekt Ministerstva zemědělství ČR Regionální potravina, který byl připraven ve spolupráci s Agrární a potravinářskou komorou. Značku Regionální potravina mohou získat potravinářské nebo zemědělské výrobky od malých a středních potravinářských podniků (pouze do 250 zaměstnanců). Žadatelem může být pouze provozovatel potravinářského podniku, který provádí všechny úkony výroby související s přípravou, upravováním, opracováním, zpracováním surovin, včetně balení. Produkt, který se bude ucházet o vítězství v krajské soutěži, musí být vyroben v příslušném regionu ze surovin z regionu. Podíl těchto surovin musí představovat nejméně 70 %, hlavní surovina musí být 100% tuzemského původu. Přihlášený výrobek musí navíc splňovat požadavky platných právních předpisů národního a evropského potravinového práva včetně ostatních relevantních předpisů. (http://eagri.cz/public/web/regionalni_potraviny©2013).

Cílem projektů je zlepšení povědomí spotřebitelů o regionálních potravinách a poukázat na jejich tradici a kvalitu. Navíc mají představit prospěch, který konzumace regionálních potravin přináší pro životní prostředí a také ekonomiku regionu. V roce 2010 představovaly náklady na informační kampaň 50 mil. Kč (Výroční zpráva PK ČR, 2011). Zatím poslední celostátní komunikační kampaň odstartovala v červnu loňského roku a pokračuje i v roce 2013. Ministerstvo zemědělství na ni vyčlenilo 95 mil. korun. (http://eagri.cz/public/web/mze/tiskovy-servis/tiskove-zpravy/x2012_ministerstvo-zemedelstvi-spousti-novou.html©2013). V Kraji Vysočina získalo tuto značku (viz Obr. 1) do února 2013 celkem 20 výrobků, v Moravskoslezském kraji 21 produktů.

Obr. 1: Logo značky Regionální potravina Kraje Vysočina a Moravskoslezského kraje



Zdroj: http://eagri.cz/public/web/regionalni_potraviny©2012

Materiál a metody

Výzkum si vytknul za hlavní cíl zjistit, s jakými sociodemografickými charakteristikami souvisí znalost značky Regionální potravina v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji. Příspěvek přináší první výsledky, kdy byly pomocí Pearsonova chí-kvadrát testu o nezávislosti testovány tyto hypotézy:

H1: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na pohlaví respondentů.

H2: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na věku respondentů.

H3: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na věku dětí respondentů.

Primární výzkum byl veden pomocí osobního dotazování, dotazníky byly vyplněny za pomoci tazatelů. V obou výzkumech byly použity stejné dotazníky, které byly rozděleny do tří částí. První se týkala znalosti existujících regionálních značek ve vybraných krajích a také charakteristiky, které si respondenti s nimi spojují, druhá se zaměřila na nákupní chování dotazovaných v případě potravin. Poslední část otázek měla identifikační charakter, kdy se u dotazovaných zjišťoval jejich věk, pohlaví, bydliště (město/venkov i jeho přesná lokalizace na úrovni bývalých okresů), nejvyšší ukončené vzdělání a věk dětí respondentů. Výzkum proběhnul v květnu 2012, respondenty byli převážně vysokoškolští studenti a výsledky výzkumu byly autory publikovány (Chalupová, Prokop, Rojík, 2012). Na tento výzkum navázal výzkum v Moravskoslezském kraji a respondenty byli opět převážně vysokoškolští studenti. Do dalšího zpracování bylo zahrnuto v Kraji Vysočina 404 respondentů, z toho 16 % respondentů s vysokoškolským vzděláním, 79 % se středoškolským vzděláním (s maturitou nebo vyučením) a 5 % respondentů se vzděláním základním. V Moravskoslezském kraji pak bylo do dalšího zpracování zařazeno 436 respondentů, z toho 16 % respondentů s vysokoškolským vzděláním a 74 % respondentů se vzděláním středoškolským (s maturitou nebo vyučením). Na získaná data byl následně použit Pearsonův chí-kvadrát test o nezávislosti, který testuje nulovou hypotézu "znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na sledovaných sociodemografických charakteristikách". Testová statistika je uvedena ve vztahu (1):

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad (1)$$

Bližší informace viz Řezanková (2007). Pomocí statistického softwaru Statistica byla pro každou hypotézu vypočtena p-hodnota a pokud bylo $p < 0,05$, byla nulová hypotéza zamítnuta ve prospěch alternativní hypotézy "znalost značky Regionální potravina v obou krajích závisí na sledovaných sociodemografických charakteristikách".

Výsledky a diskuze

Výsledky výzkumu ukázaly, že spotřebitelé značku Regionální potravina v roce 2012 spíše neznali. Tazatelé předložené logo dokázalo poznat 35,89 % respondentů v Kraji Vysočina a 42,89 % respondentů v Moravskoslezském kraji.

Test H1: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na pohlaví respondentů.

Tab. 1: Závislost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na pohlaví respondentů

Znalost značky Regionální potravina kraj Vysočina	Muž	Žena	Celkem
Ano	44	101	145
Relativní četnost odpovědi ano (%)	32,12	37,83	
Ne	93	166	259
Relativní četnost odpovědi ne (%)	67,88	62,17	
Celkem	137	267	404
	Chí-kvadrát	sv	p
Pearsonův chí-kvadrát	2,673950	df=1	p=0,10200

Zdroj: Vlastní výzkum

Tab. 1 ukazuje, že znalost značky Regionální potravina Kraj Vysočina nezávisí na pohlaví respondentů. Jen o málo více znají tuto značku ženy (37,83 %) než muži (32,12 %). P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti je 0,10, tedy hypotézu nezávislosti nezamítáme na hladině významnosti 5 % (Chalupová, Prokop, Rojík, 2012). Pro značku Regionální potravina Kraj Vysočina nezamítáme hypotézu H1: **Nebyla prokázána závislost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na pohlaví respondentů.**

Tab. 2: Závíslost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na pohlaví respondentů

Znalost značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj	Muž	Žena	Celkem
Ano	49	138	187
Relativní četnost odpovědi ano (%)	45,4	42,1	
Ne	59	190	249
Relativní četnost odpovědi ne (%)	54,6	57,9	
Celkem	108	328	436
	Chí-kvadrát	sv	p
Pearsonův chí-kvadrát	0,360606	df=1	p=0,54817

Zdroj: Vlastní výzkum

Z Tab. 2 je patrné, že znalost značky Regionální Moravskoslezský kraj nezávisí na pohlaví respondentů. Na rozdíl od respondentů z Kraje Vysočina v Moravskoslezském kraji znají více tuto značku muži (45,4 %) než ženy (42,1 %). Rozdíl mezi vnímáním značky oběma pohlavími je však relativně malý a nevykazuje statistickou závislost. Zajímavou informací pak je, že respondenti z Moravskoslezského kraje vykazují vyšší znalost značky jak u mužů, tak u žen. P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti vyšla 0,55, tedy hypotézu H1 nezávislosti nezamítáme na hladině významnosti 5 %. **Nebyla prokázána závislost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na pohlaví respondentů.**

Test H2: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na věku respondentů.

Tab. 3: Závíslost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na věku respondentů

Znalost značky Regionální potravina kraj Vysočina	Do 19 let	20-39 let	40-59 let	60 a více let	Celkem
Ano	4	79	55	7	145
Relativní četnost odpovědi ano (%)	18,18	33,91	45,83	24,14	
Ne	18	154	65	22	259
Relativní četnost odpovědi ne (%)	81,82	66,09	54,17	75,86	
Celkem	22	233	120	29	404
	Chí-kvadrát	Sv	p		
Pearsonův chí-kvadrát	10,29401	df=3	p=0,01623		

Zdroj: Vlastní výzkum

20 Znalost značky Regionální potravina mezi spotřebiteli v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji

Výsledky výzkumu ukazují, že značku Regionální potravina Kraj Vysočina nejméně znají respondenti ve věku do 19 let a respondenti nad 59 let. Nejvíce tuto značku rozeznávají respondenti ve věku 40-59 let. Z výsledků je patrné, že znalost této značky stoupá s věkem respondentů až do 59 let, kdy povědomí o značce klesá (viz Tab. 3). P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti je 0,02, tedy hypotézu H2: Znalost regionálních značek potravin v Kraji Vysočina nezávisí na věku respondentů, zamítáme na hladině významnosti 5 %. **Byla prokázána statistická závislost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na věku respondentů** (Chalupová, Prokop, Rojík, 2012).

Tab. 4: Závislost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na věku respondentů

Znalost značky Regionální potravina kraj Vysočina	Do 19 let	20-39 let	40-59 let	Celkem
Ano	6	145	35	186
Relativní četnost odpovědi ano (%)	42,86	41,67	47,30	
Ne	8	203	39	250
Relativní četnost odpovědi ne (%)	57,14	58,33	52,70	
Celkem	14	348	74	436
	Chí-kvadrát	Sv	p	
Pearsonův chí-kvadrát	0,7911487	df=2	p=0,67329	

Zdroj: Vlastní výzkum

Jak je patrné z Tab. 4, u značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj vykazují respondenti v uvedených věkových kategoriích velmi podobnou znalost. Nejvyšší znalost je u respondentů ve věku 40-59 let (47,30 %), což je jen o málo více než respondenti ve věkové skupině do 19 let (42,86 %) a ve věkové skupině 20-39 let (41,67 %). Respondenti ve věku nad 60 let nebyli ve výzkumu zařazeni. P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti má hodnotu 0,67, tedy hypotézu H2: Znalost značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj nezávisí na věku respondentů, nezamítáme na hladině významnosti 5 %. **Nebyla prokázána závislost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na věku respondentů.**

Test H3: Znalost značky Regionální potravina v obou krajích nezávisí na věku dětí respondentů.

Tab. 5: Závíslost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na věku dětí respondentů.

Znalost značky	MŠ	ZŠ	SŠ	VŠ	Samo- statné	Celkem
Ano	9	16	16	18	19	78
Rel. četnost odpovědi ano (%)	34,62	55,17	47,06	39,13	36,54	
Ne	17	13	18	28	33	109
Rel. četnost odpovědi ne (%)	65,38	44,83	52,94	60,87	63,46	
Celkem	26	29	34	46	52	187
			Chí-kvadrát		sv	p
Pearsonův chí-kvadrát			3,798012		df=4	p=0,43404

Zdroj: Vlastní výzkum

Získané výsledky ukazují, že nejvyšší znalost zkoumané značky je u respondentů s dětmi, které navštěvují ZŠ (55,17 %). Se zvyšujícím se věkem dětí, které mají respondenti, znalost značky Regionální potravina Kraje Vysočina klesá. Zajímavou informací je, že značnou neznalost této značky prokazují respondenti s dětmi, které navštěvují MŠ (65,38 %), a respondenti s dětmi, které už žijí samostatně (63,46 %), jak je patrné z Tab. 5. P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti je 0,43. Tedy hypotézu H3: Znalost značky Regionální potravina Kraj Vysočina nezávisí na věku dětí nezamítáme na hladině významnosti 5 %. **Statisticky nebyla prokázána závislost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na věku dětí respondentů.**

Tab. 6: Závíslost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na věku dětí respondentů.

Znalost značky	MŠ	ZŠ	SŠ	VŠ	Samo- statné	Celkem
Ano	36	20	11	7	6	80
Rel. četnost odpovědi ano (%)	52,17	37,74	33,33	53,85	46,15	
Ne	33	33	22	6	7	101

22 Znalost značky Regionální potravina mezi spotřebiteli v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji

Rel. četnost odpovědí ne (%)	47,83	62,26	66,67	46,15	53,85	
Celkem	69	53	33	13	13	181
	Chí-kvadrát		sv		p	
Pearsonův chí-kvadrát	4,767336		df=4		p=0,31202	

Zdroj: Vlastní výzkum

Výsledky šetření prezentované v Tab. 6 ukazují, že nejvyšší znalost zkoumané značky je u respondentů s dětmi, které navštěvují VŠ (53,85 %) a s dětmi, které navštěvují MŠ (52,17 %), což je výrazně více než u respondentů z Kraje Vysočina (34,62 %). Nejmenší znalost této značky prokazují respondenti s dětmi, které navštěvují SŠ (33,33 %) a respondenti s dětmi navštěvující ZŠ (37,74 %). P-hodnota Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti je 0,31. Hypotézu H3: Znalost značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj nezávisí na věku dětí tedy nezamítáme na hladině významnosti 5 %. **Statisticky nebyla prokázána závislost znalosti značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj na věku dětí respondentů.**

Závěr

Znalost značky Regionální potravina je možné na základě kvantitativního výzkumu provedeného v Kraji Vysočina a v Moravskoslezském kraji označit za spíše malou. Respondenti ve větší míře tuto značku neznají, byť jen o málo vyšší znalost vykazují respondenti z Moravskoslezského kraje. Výzkumem bylo dále zjištěno, že u obou krajů nezávisí znalost značky na pohlaví respondentů. Tato nezávislost byla potvrzena také statisticky pomocí Chí-kvadrát testu. Stejně tak je z výsledků výzkumu patrné, že v obou krajích nezávisí znalost značky na věku dětí respondentů.

Naopak výzkum potvrdil statistickou závislost znalosti značky Regionální potravina Kraj Vysočina na věku respondentů. Nejvyšší znalost značky uváděli respondenti ve věku 40-59 let, a to více než dvojnásobnou oproti respondentům ve věkové skupině do 19 let. V Moravskoslezském kraji nebyla u značky Regionální potravina Moravskoslezský kraj zjištěna žádná statistická závislost. Je nutné zmínit, že oba soubory respondentů mají různé demografické znaky (v Moravskoslezském kraji se nepodařilo získat odpovědi respondentů ve věkové kategorii nad 60 let) a proto jsou výsledky obou výzkumů jen obtížně srovnatelné. Bez ohledu na to ale lze konstatovat, že zkoumanou značku ve dvou vybraných krajích nerozeznává ani polovina respondentů, a tedy budování této značky má před sebou ještě dlouhou cestu – pokud by měla být považována za významný prostředek pro konkurenceschopnost místních potravin.

Prostředkem pro zvýšení povědomí o regionálních značkách v obou krajích může být proto například užší spolupráce s regionálními municipalitami a sjednocení všech regionálních značek potravin pod jednu značku v rámci kraje. Došlo by tak

k odstranění současné roztříštěnosti a různorodosti značení a snazší identifikaci těchto potravin ze strany spotřebitele. Účinným nástrojem je také sjednocení loga regionálních potravin s oficiálním logem kraje, jako je tomu například v Dolním Rakousku u značky So schmeckt Niederösterreich. Stejně tak zjednodušení pravidel pro získání značky ze strany výrobců. Například pravidla pro udělování značky So schmeckt Niederösterreich jsou výrazně uvolněnější a právo na používání značky má jakýkoliv výrobce, který má v dané oblasti sídlo a vlastní některou z předepsaných značek kvality, případně se účastní soutěží v posuzování kvality potravin, které jsou pro malé výrobce organizovány pod hlavičkou značky So schmeckt Niederösterreich. (http://www.soschmecktnoe.at/fileadmin/user_upload/soschmecktnoe.at/Downloads/2013_So_schmeckt_NOE_Informationenblatt_2013.pdf). Tato opatření by mohla přispět k výraznému rozšíření výrobků, které jsou nositeli regionální značky a také ke zvýšení znalosti značky mezi spotřebiteli.

Literatura

- [1] BLAKE, M. K., MELLOR, J., CRANE, L. 2010, Buying Local Food: Shopping Practices, Place, and Consumption Networks in Defining Food as "Local". *Annals of the Association of American Geographers* [online], Vol. 100:2, [cit. 2013-03-17]. s. 409-426. Dostupné na: www.informaworld.com/smpp/content~db=jour~content=a920022448~firm=abslink.
- [2] ČADILOVÁ, K. 2011, Regionální značení v České republice a na Slovensku. *Sborník Regionální značení napříč Evropou*. 1. vyd. Praha: Asociace regionálních značek, o.s., 152 s. ISBN: 978-80-254-9506-3
- [3] Energie- und Umweltagentur Niederösterreich – eNu. *Jahresprogram 2013* [online]. 2013 [cit. 2013-07-11]. Dostupné z: http://www.soschmecktnoe.at/fileadmin/user_upload/soschmecktnoe.at/Downloads/2013_So_schmeckt_NOE_Informationenblatt_2013.pdf
- [4] HORSKÁ, E., ÜRGEOVÁ, J., PROKEINOVÁ, R. 2011, Consumers' food choice and quality perception: Comparative analysis of selected Central European countries. *Agricultural Economics – Czech*, 57, 2011 (10): 493-499
- [5] CHALUPOVÁ, M., ROJÍK, S., PROKOP, M. Znalost regionálních značek potravin v Kraji Vysočina. *Trendy v podnikání*. 2012, 2., 3, s. 72-82. ISSN 1805-0603.
- [6] CHALUPOVÁ, M., FIALA, R., ROJÍK, S., Sociální síť tvořené pro budování značek v Kraji Vysočina. *Pardubice: Scientific Papers*. 2013, zatím nepublikováno.
- [7] Regionální potraviny. Ministerstvo zemědělství ČR. [online]. 2010 [cit. 2013-03-27]. Dostupné z: http://eagri.cz/public/web/regionalni_potraviny
- [8] ŘEZANKOVÁ, H. 2007. *Analýza kategoriálních dat pomocí SPSS*. Praha: VŠE. ISBN: 8070797282.
- [9] TURČÍNKOVÁ, J., KALÁBOVÁ, J. 2011. Preference regionálních potravinářských produktů v České republice a na Slovensku. In PETRANOVÁ, D. ČÁBYOVÁ, L. 2010. *Špecifika regionálneho a neziskového marketingu*.

Trnava, Slovensko: Fakulta masmediálnej komunikácie, Univerzita sv. Cyrila a Metoda v Trnave, s. 206-209. ISBN 978-80-8105-333-7.

- [10] VAN DER LANS, I. A., VAN ITTERSUM, K., DE CICCO, A. LOSEBY, M. 2001. The role of the region of origin and EU certificates of origin in consumer evaluation of food products, *European Review of Agricultural Economics*, Vol. 28, pp. 451–477.
- [11] ITTERSUM VAN, K., CANDEL, M.J.J.M. MEULENBERG, M.T.G. 2003. The Influence of the Image of a Product's Region of Origin on Product Evaluation. *Journal of Business Research*, Vol 56 (3): 215-226.
- [12] Výroční zpráva 2011. Potravinářská komora ČR. [online]. 2012 [cit. 2013-03-27]. Dostupné z: <<http://www.foodnet.cz>>.

Recognition of Brand Regional Food among Consumers in Vysočina Region and Moravian-Silesian Region

Abstract

Paper presents partial results of research on the recognition of the brand Regional Food in Vysočina Region and Moravian-Silesian Region. The questionnaire survey was conducted in Vysočina Region in May 2012 on 404 respondents and in October 2012 in Moravian-Silesian Region on 436 respondents. Pearson's chi-squared test is used to test independence between recognition of the Regional Food brand and demographic factors, such as age and gender of the respondents and the age of their children. Data analysis proved that these factors partially influence the recognition of the brand.

Key words

Regional food products, Regional Food brand, Vysočina Region, Moravian-Silesian Region.

Kontaktní údaje

Ing. Martina Chalupová
Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra ekonomických studií
Tolstého 16, 58601 Jihlava
e-mail: martina.chalupova@vspj.cz

Ing. Stanislav Rojík
Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra ekonomických studií
Tolstého 16, 58601 Jihlava
e-mail: stanislav.rojik@vspj.cz

Mgr. Martin Prokop
Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra matematiky
Tolstého 16, 586 01 Jihlava
e-mail: martin.prokop@vspj.cz

Poznejte své zákazníky aneb markovské řetězce ve službách marketingu

Martina Zouharová

Vysoká škola ekonomická v Praze, katedra ekonometrie

Abstrakt

Článek se zaměřuje na proces volby vhodné marketingové strategie u firem působících v rámci internetu. Zájem je konkrétně směřován k využití informačního potenciálu tzv. clickstreamových dat, která lze považovat za relativně snadno dostupný, přitom však velmi účelný nástroj pro detekci zákaznických zájmů, cílů a potřeb. Praktický aspekt článku představuje analýza reálných dat poskytnutých jedním z významných českých slevových portálů. Prostřednictvím markovských řetězců jsou zkoumány typické vzorce zákaznickova chování během prohledávání webu. Pro tyto účely je využito více než 900 000 záznamů jednotlivých kliknutí. Na základě výsledků je poukázáno na některé nedostatky aktuální marketingové strategie, zejména na nedostatečnou personalizaci stránek pro zaregistrované uživatele uvažovaného portálu. Pro tento ukazatel, stejně jako pro všechny ostatní ukazatele vyplývající ze získaných výsledků, jsou stanoveny indikátory, které by měly, při sledování jejich vývoje, sloužit k vyhodnocení dopadů případných změn aktuální marketingové strategie.

Klíčová slova

Markovské řetězce, clickstreamová data, marketing.

Úvod

Klíčovým faktorem úspěchu firmy působící v rámci internetového prostředí, kde možnost ztráty zákazníka je záležitostí pouze jediného kliknutí, představuje bezesporu volba vhodné marketingové strategie, která by dostatečným způsobem reflektovala zákaznickovy potřeby. Rozpoznání zákaznickových potřeb, ať už vztahených k obsahové či strukturální složce konkrétních internetových stránek, je však velmi problematickým aspektem. Komplikaci představuje zejména zdrženlivost zákazníků vůči poskytování jakýchkoli informací ohledně své osoby, a to jak skrze dotazníková šetření, tak v rámci požadovaných údajů během registrace. Možnou alternativu zisku informací představují placená marketingová šetření, která jsou však finančně i časově značně zatěžující. Není proto divu, že se v posledních letech upírá zájem internetových firem na informace, které o sobě zákazník během prohlížení webových stránek prozradí nevědomky sám a navíc zcela zdarma.

Každý uživatel prohlížející si internetové stránky za sebou zanechává, ať chce, či nikoli, informační stopu v podobě souboru kliknutí, která během svého prohledávání stránek

uskuteční. Tato kliknutí, označovaná pro svou povahu jako *clickstreamová data*, do jisté míry reflektují nejen typický způsob uživatelského vyhledávání v rámci webu [1], ale rovněž jeho zájmy a kupní potenciál. Analýza takového typu dat umožňuje firmám provádět personalizaci webových stránek, indikovat vhodnost kontextového rozložení informací v rámci webu či posoudit atraktivnost stránek z pohledu umístění reklamních bannerů. Důležitý aspekt analýzy clickstreamových dat představuje také možnost predikce zákaznických budoucích kroků v rámci stránek. Předešlé práce referují, že při použití vhodných predikčních modelů stačí již poměrně nízký počet uživatelských kliknutí (6 kliků) k tomu, aby byl následující krok předpovídán s více než 40% spolehlivostí (např. [8]). Je zřejmé, že všechny dosud uvedené možnosti clickstreamových dat jsou marketingově velmi dobře využitelné. Od samotných clickstreamových dat však vede k cenným informacím v nich ukrytých ještě dlouhá a spletitá cesta.

My se v následujícím článku zaměříme na analýzu zákaznických typických vzorců vyhledávání v rámci webu. K tomuto účelu využijeme reálná clickstreamová data jednoho z českých slevových portálů. Analýza bude provedena pomocí markovského řetězce, důraz bude kladen na marketingové využití takto získaných výsledků.

Data

Jak již bylo v úvodu naznačeno, clickstreamová data v sobě ukrývají velmi cenné informace. Při jejich zpracování je však třeba se vyrovnat s několika praktickými problémy, a to zejména s enormním objemem těchto dat a s převodem jejich formátu do podoby, se kterou lze snadno pracovat. Primární clickstreamová data jsou totiž standardně zaznamenávána v tzv. *web-logovém formátu*¹, který je pro svou povahu pro jakékoli analýzy zcela nevhodný. Z tohoto důvodu se analýza neobejde bez komplikované přípravy dat. Této časově náročné fázi analýzy se však vyplatí věnovat náležitou pozornost, neboť se velmi podstatnou měrou podepisuje na kvalitě závěrečných výstupů (ze 70 % až 90 % [3]).

Příprava dat zpravidla zahrnuje několik základních kroků (podrobně je tato fáze popsána například v [2], [5], [9]), jako je sdružení jednotlivých web-logových složek, očištění od irelevantních vstupů (jako například uživatelem požadované zvětšení obrázku atp.), identifikaci jednotlivých uživatelů a jimi uskutečněných relací² atd. V našem případě jsme uživatele detekovali podle jeho ID. Identifikaci jednotlivých relací jsme vystavěli na časovém aspektu. Zaměřili jsme se na trvání doby strávené uživatelem na jedné stránce, kdy delší než třicetiminutový interval jejího zobrazení byl považován za ukončení relace. Rozlišovací práh jsme stanovili v souladu s dříve publikovanými pracemi (např. [10]).

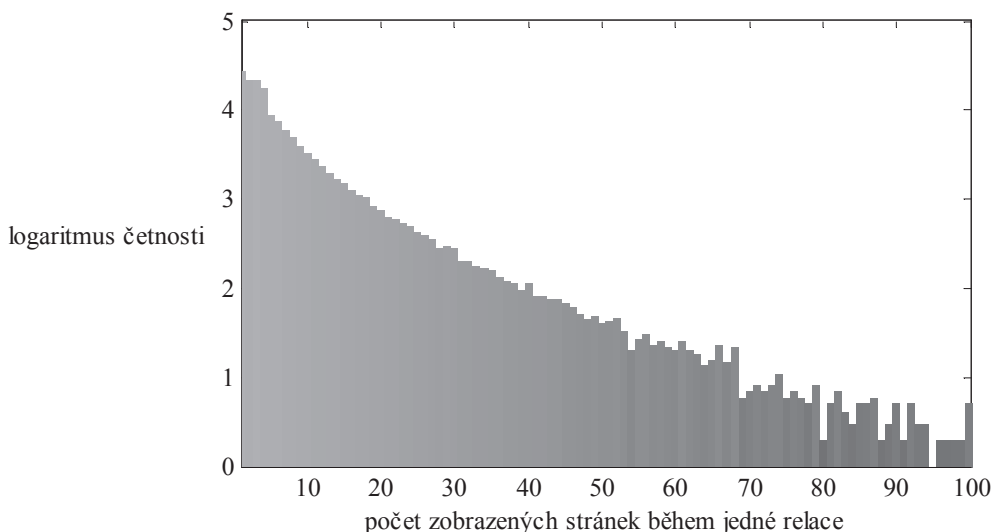
Pro účely analýzy jsme využili reálná data jednoho z českých slevových portálů. Web logové záznamy obsahovaly všechna zobrazení provedená návštěvníky portálu v rozmezí 27. srpna až 29. srpna 2012. Po očištění od irelevantních položek tyto záznamy čítaly 900 020 uživatelských požadavků, tj. datových řádků. Rozlišení jednotlivých

¹ Web-logová data představují automaticky generované záznamy o veškerých požadavcích vznesených na server skrze uživatelův prohlížeč.

² Uživatelskou relací rozumíme souvislou, časově ohraničenou posloupnost jednotlivých stránek zobrazených jedním uživatelem.

uživatelů a jimi uskutečněných relací, nám umožnilo spočítat některé základní statistiky jako například průměrnou délku jedné relace. Průměrná délka uskutečněných relací může být užita jako indikátor spokojenosti uživatelů s obsahem a celkovým uspořádáním webových stránek. V našem případě uživatel učinil během jedné relace průměrně 6,4 kliků. Tato hodnota, v námi uvažovaném kontextu, do jisté míry vypovídá o vhodnosti výběru souboru slev nabízených v hlavních přístupových sekcích, viz dále. Podrobnější náhled na počty zobrazovaných stránek uživateli během jedné relace poskytuje obrázek 1, kde osa x zachycuje počet uživatelských kliknutí v rámci jedné relace, na osu y je pak vynášen přirozený logaritmus četností jednotlivých délek relace. Vidíme, že nejvíce se uskuteční velmi krátkých relací, jsou ovšem zaznamenány i relace čítající několik desítek kliknutí.

Obr. 1: Histogram počtu zobrazených stránek (tj. kliknutí) v rámci jedné relace. Svislá osa zobrazuje logaritmus četnosti (vodorovná osa).



Po uspořádání dat do jednotlivých relací je účelné se rovněž zaměřit na statistiky týkající se začátků jednotlivých relací. To, na jakém typu stránky (kategorii definované dále) relace začíná, odráží, odkud uživatel na vybraný portál přichází. Začíná-li například namísto domovské stránky na podrobnostech o konkrétním produktu, pak lze předpokládat, že vstupuje na webovou stránku prostřednictvím reklamního banneru, který si firma na jiných webových stránkách pronajímá, nebo, v případě registrovaných uživatelů, skrze kliknutí na odkaz v letáku rozesílaném emailem. Podrobněji se k této statistice vrátíme, jakmile definujeme jednotlivé kategorie stránek, tj. v sekci Výsledky.

Metodologie

Markovské řetězce byly k analýze clickstreamových dat poprvé využity v práci Pitkova a Pirolliho [7] v roce 1999. Pitkov a Pirolli ztotožnili každou jednotlivou stránku internetového obchodu s jedním stavem markovského řetězce. Takovýto postup je však ve složitě strukturovaném dnešním virtuálním prostředí jen těžko aplikovatelný. Dále proto budeme

vycházet z článku Alana L. Montgomeryho [1], který stavy řetězce ustanovil jako kategorie jednotlivých stránek. Kategorizace stránek umožnila redukovat počet markovských stavů na únosný počet a stala se pro účely analýzy clickstreamových dat běžnou praxí.

Diskrétní markovské řetězce

Markovský řetězec představuje posloupnost náhodných veličin $\{X_n\}$ s hodnotami v konečné nebo spočetné množině stavů (v našem případě kategorií) S , která musí splňovat tzv. *markovskou vlastnost*. Markovská vlastnost říká, že budoucí vývoj řetězce se odvíjí pouze od aktuálního stavu, nikoli od toho, jak se k tomuto stavu došlo; formálně řečeno, pro libovolnou posloupnost stavů i_0, i_1, \dots, i_n musí platit

$$\Pr\{X_n = i_n \mid X_{n-1} = i_{n-1}, X_{n-2} = i_{n-2}, \dots, X_0 = i_0\} = \Pr\{X_n = i_n \mid X_{n-1} = i_{n-1}\}.$$

Uvažujeme-li tedy jako stavy řetězce jednotlivé kategorie stránek, pak výše uvedený zápis říká, že pravděpodobnost zobrazení příslušné kategorie uživatelem v následujícím kroku je odvislá pouze od kategorie, v níž se uživatel aktuálně nachází. Markovský řetězec lze tedy popsat pomocí podmíněných pravděpodobností přechodu *prvního řádu*, definovaných jako

$$p_{ij} \equiv \Pr\{X_n = j \mid X_{n-1} = i\} \quad \text{pro všechna } i, j \in S.$$

Přitom v každém kroku musí řetězec navštívit jeden ze stavů řetězce, tedy

$$\sum_{j \in S} p_{ij} = 1 \quad \text{pro všechna } i \in S.$$

Jednotlivé prvky p_{ij} jsou tedy na základě dat vypočítávány jako relativní četnosti přechodů mezi příslušnými stavy. Všechny prvky p_{ij} tvoří čtvercovou *přechodovou matici* $\mathbf{P} = [p_{ij}]_{i,j \in S}$.

Chování řetězce v kroku n vyjadřujeme pomocí vektoru absolutních pravděpodobností

$$\mathbf{p}^{(n)} = [p_i^{(n)}]_{i \in S},$$

jehož složky udávají pravděpodobnost, že se řetězec v kroku n nachází v daném stavu. Na základě přechodové matice lze chování markovského řetězce po n časových krocích popsat pomocí vztahu

$$\mathbf{p}^{(n)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^n,$$

kde $\mathbf{p}^{(0)}$ představuje vektor výchozích pravděpodobností; prohlíží-li si např. uživatel aktuálně první kategorii, stanovíme $\mathbf{p}^{(0)} = [1, 0, \dots, 0]$. Každá uživatelská relace je ukončena absorpčním stavem (stav 9, *Ukončení relace*, viz dále), pročež námi užitá metodologie spadá do *absorpčních markovských řetězců*. Podrobnější popis nastíněných vztahů lze nalézt v [8], [4].

Výsledky

Na základě výše definovaných dat a s využitím nastíněné metodologie jsme se zaměřili na výpočet přechodové matice \mathbf{P} . Cílem analýzy bylo nastavit zrcadlo kontextové i obsahové

složce zkoumaných stránek, a to skrze náhled do zákaznickových typických vzorců vyhledávání v rámci webu.

V první fázi bylo nutné kategorizovat stránky do jednotlivých kontextově ucelených celků. Na základě struktury stránek jsme, s ohledem na účel naší analýzy, definovali sedm kategorií odpovídajících stavům diskrétního markovského řetězce. Názvy kategorií jsou patrné z následující tabulky:

Tab. 1: Přejchodová matice diskrétního markovského řetězce

	1	2	3	4	5	6	7
1 <i>Přihlášení uživatele</i>	0,0556	0,5621	0,0287	0,1866	0,0101	0,0030	0,1539
2 <i>Produktový katalog</i>	0,0578	0,2452	0,1367	0,2531	0,0061	0,0061	0,2951
3 <i>Regionální katalog</i>	0,0023	0,0341	0,6993	0,1931	0,0002	0,0003	0,0707
4 <i>Zobrazení produktu</i>	0,0054	0,0307	0,0451	0,6341	0,0314	0,0428	0,2104
5 <i>Diskuze k produktu</i>	0,0107	0,0562	0,0076	0,5648	0,1293	0,0177	0,2137
6 <i>Externí link</i>	0,0037	0,0378	0,0084	0,6210	0,0137	0,0737	0,2417
7 <i>Ukončení relace</i>	0	0	0	0	0	0	1

Dříve než se budeme věnovat interpretaci výše uvedených výsledků, přibližme si, co si pod jednotlivými kategoriemi představít. *Přihlášení uživatele* se týká registrovaných uživatelů, kteří zpravidla již uskutečnili alespoň jeden nákup. Po zadání přihlašovacích údajů je zákazníkovi zpřístupněna jednak historie učiněných objednávek, jednak nabídka vybraných slev, která by měla být, díky údajům poskytnutým během registrace, do jisté míry personalizována. *Produktový katalog* lze považovat za ekvivalent běžné domovské stránky. I zde jsou uživatelé nabídnuty vybrané slevy, možnost personalizace však z pochopitelných důvodů selhává díky neznalosti zákazníka. Soubor vybraných slev je proto volen tematicky dostatečně různorodý, aby oslovil co nejvyšší procento příchozích zákazníků. *Regionální katalog* je obdobou produktového katalogu, vybrané slevy se však týkají pouze konkrétního, vybraného města. Pokud uživatel některá z nabízených slev ve výše uvedených kategoriích zaujme a klikne na ni, dochází k *Zobrazení produktu*, tj. jeho podrobné deskripce. *Diskuze k produktu* slouží ke komunikaci mezi zájemci o inzerované produkty a subjekty, které tyto produkty nabízí, tj. k zodpovězení všech otázek ohledně nejasností nabízených slev. *Externí link* zachycuje situace, kdy uživatel přechází na domovskou stránku subjektu nabízejícího danou slevu. Tato domovská stránka je nadále zobrazována pod hlavičkou původního slevového portálu, protože je možné všechna uživatelská kliknutí i nadále zaznamenávat. Nejde tedy o ukončení relace, jako je tomu v případě poslední kategorie (*Ukončení relace*), která představuje, vzhledem ke své povaze, absorpční stav námi uvažovaného řetězce.

Na základě popisu jednotlivých kategorií se lze oprávněně domnívat, že struktura slevového portálu neumožňuje bezprostřední dostupnost všech dvojic kategorií (prostřednictvím jednoho kliku). Například diskuzi k danému produktu lze zobrazit pouze v případě, že je tento produkt aktuálně prohlížen. S tímto faktem však zjevně nekorespondují odpovídající hodnoty prvků přechodové matice. Nenulové hodnoty příslušných prvků matice jsou důsledkem toho, že uživatel může mít otevřeno více oken prohlížeče současně. Na základě clickstreamových dat není tyto situace, bohužel, možné postihnout. Obecně je však předpokládáno, že výsledky tento fakt nikterak výrazně neovlivní.

Jak již bylo naznačeno výše, přihlášení registrovaného uživatele by mělo umožnit nabídku personalizovaného výběru slev, který koresponduje s uživatelskými preferencemi a zájmy. Posouzení tohoto aspektu marketingové strategie je nasnadě skrze prvek p_{14} . Na jeho základě lze říci, že pouze 18 % uživatelů některá z jemu předkládaných slev zaujme, tj. že na ni klikne za účelem zobrazení podrobností. Ovšem doplníme tato procenta informací, že více než 15 % registrovaných uživatelů po zběžném prohlédnutí úvodní stránky svou relaci ukončí (p_{17}) a 56 % z nich pak přechází na běžnou domovskou stránku (viz prvek p_{12}). Vzhledem k objemu informací, které o sobě registrovaní uživatelé poskytují (zejména pokud se registrují prostřednictvím některé ze sociálních sítí), představuje tento fakt zjevně nedostatečně využitý potenciál, na nějž by bylo vhodné se v rámci tvorby marketingové strategie zaměřit.

V případě produktového katalogu je situace výběru slev, jenž by zaujal co nejvíce přichozích zákazníků, o poznání složitější. Užitečný ex post indikátor vhodnosti učiněného výběru představuje prvek p_{24} , jehož hodnota vypovídá o procentu zákazníků, které alespoň jedna z nabízených slev zaujala a klikli na ni pro bližší informace. Z přechodové matice je zřejmé, že toto učinilo 25 % zákazníků. Pokud se zákazníci necítili žádnou ze slev umístěných na první stránce výběru oslovení, 29 % z nich svou relaci ukončilo (p_{27}) a přibližně 24 % uživatelů si vyžádalo další stránku těchto slev (p_{22}). Zaměříme-li se na shodné statistiky u regionálního katalogu, vidíme, že podrobnosti o některém z produktů si sice zobrazí o něco nižší procento uživatelů (19 %, p_{34}), o 46 % více z nich si však prohlídne druhou stranu nabízených slev (70 %, p_{33}). Zajímavou skutečnost představuje počet zákazníků, kteří po prohlížení této kategorie stránek svou relaci ukončí, neboť je při 7% hodnotě o poznání nižší než v případě zbývajících kategorií (prvek p_{37} vs. ostatní prvky p_{i7}).

Pokud si zákazník zobrazí podrobnosti ohledně některého produktu, ve většině případů (63 %, p_{44}) přechází na zobrazení dalšího konkrétního produktu. To z praktického pohledu představuje poměrně úspěšný marketingový krok spočívající ve výběru vhodných interních postranních bannerů, které slevový portál na svých stránkách využívá. Na původní nabídku produktového, popř. regionálního katalogu se vrací pouze okolo 3 %, resp. 4 % uživatelů (prvky p_{42} , p_{43}), 21 % z nich pak svou relaci ukončí (p_{47}). Podobná situace, co se pravděpodobnosti skončení relace týká, je i v případě kategorií týkajících se diskuze k produktu a externího linku (v obou případech přibližně 21 %, viz p_{57} , p_{67}). Z prvků p_{45} , p_{46} , p_{56} , p_{65} je zřejmé, že uživatelé příliš nevyužívají možnost diskuze a dokonce ani nevěnují pozornost domovským stránkám subjektů nabízejících dané slevy. Pokud už zákazníci na externí link inzerenta přejdou, zjevně projevují zájem pouze o podobu domovské stránky a web dále neprohledávají (p_{66}). Tyto souvislosti deklarují nutnost věnovat dostatečnou pozornost kvalitnímu zpracování textů, skrze které jsou jednotlivé slevy prezentovány, neboť jsou zcela rozhodujícím elementem zákaznickova zájmu.

Abychom poskytli ucelený pohled na danou problematiku, vraťme se ještě k charakteristice četností počátečních stavů jednotlivých uživatelských relací, které jsme zmiňovali v datové sekci. Tyto četnosti zachycuje následující tabulka.

Tab. 2: Relativní četnosti začátků uživatelských relací

	1	2	3	4	5	6
Relativní četnosti (%)	3,74	39,72	2,13	52,35	1,52	0,54

Informační hodnota těchto ukazatelů spočívá zejména v možnosti objasnění (byť velice přibližného), odkud uživatel na stránky slevového portálu přichází. Vidíme, že necelých 40 % zákazníků se k portálu hlásí skrze zadání jeho internetové adresy či prostřednictvím některého z vyhledávačů. Zajímavější je však hodnota 52 % zákazníků, kteří svou relaci začínají již na podrobnostech o konkrétním produktu. To představuje fakt, že uživatelé využívají jednak internetových odkazů zasílaných skrze emailové bulletiny, jednak referuje (byť zcela nekonkrétním způsobem) o efektivnosti placené internetové inzerce, kterou portál v rámci internetu využívá.

Závěr

Článek poskytl pohled na možnosti využití clickstreamových dat, jakožto zdroje marketingově cenných informací. Skrze užití markovských řetězců byly zkoumány typické vzorce uživatelského procházení jednotlivými stránkami vybraného slevového portálu. Získané výsledky vedly k pochybnostem o vhodnosti zvolené marketingové strategie, zejména co se týká personalizace stránek registrovaných uživatelů. Pro snadnější orientaci vyhodnocení důsledků případných změn této strategie byly stanoveny příslušné indikátory.

Provedená analýza využívá základního modelu markovského řetězce. Výhodou jednoduchosti zvoleného modelu je jeho, v rámci možností nenáročná, aplikovatelnost v reálném, složitě strukturovaném prostředí. V dalším výzkumu bude snahou tento model dále rozšířit tak, aby reflektoval co nejvíce dostupných informací o jednotlivých uživateli, tj. zejména některé demografické charakteristiky. Důraz bude v dalším výzkumu rovněž kladen na využití informačního potenciálu sociálních sítí, prostřednictvím kterých se někteří uživatelé na námi uvažovaný slevový portál registrují.

Literatura

- [1] Catlege, L., D., Pitkow, J., E.: Characterizing Browsing Behaviours on the World Wide. *Computer Networks and ISDN System*, **11**(6) (1995), 1065-1073.
- [2] Dinuca, C, E.: An application for clickstream analysis. *International Journal of Computers and Communications*, **1**(6) (2012), 68-75
- [3] Dreze, X., Hussherr, F.: Internet Advertising: Is anybody watching? *Journal of Interactive Marketing*, volume **17**(4) (2003), 8–23.
- [4] Grinstead, Ch., M., Snell, J., L.: *Introduction to probability*, American Mathematical Society, Rhode Islands, 1997
- [5] Nong, Y.: *The handbook of Data Mining*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, New Jersey, 2003.
- [6] Montgomery, A., L., Li, S., Srinivasan, K., Liechty, J., C.: Modeling Online Browsing and Path Analysis Using Clickstream Data. *Marketing Science*, **23**(4) (2004), 579-595.
- [7] Pitkow, J., Pirolli, P.: Mining Longest Repeating Subsequences To Predict World Wide Web Surfing. In: *Proceedings of the 2nd conference on USENIX Symposium on Internet Technologies and Systems*, 1999.

- [8] Prášková, Z., Lachout, P.: *Základy náhodných procesů*, Praha, Karolinum, 2001.
- [9] Shrivastava, S., Vyas, O.P., Cap, C., H., Gutschmidt, A.: Preprocessing For Clickstream Data Mining. In: *Proceedings of the 3rd National Conference*, New Jersey, 2003.
- [10] Tjiputra, J.: *Analysis of Clickstream Modeling Using a Continuous Time Finite Markov Chain*, Ph.D. thesis, The school of Engineering and Applied Science of The George Washington University, 2008.

Know Your Customers, or Markov Chains in the Service of Marketing

Abstract

The paper is focused on the process of the right selection of marketing strategy by firms operating on the internet. In particular, the interest lies with the utilization of the information potential of clickstream data, which can serve as a readily accessible tool to detect customers' interests, needs and desires. The practical part of the paper consists of an analysis of a real clickstream dataset provided by one of the prominent Czech discount voucher websites. Using Markov chains, we study typical behavioral patterns of a customer navigating through the website. For this end, we use data on more than 900,000 clicks. Based on our results, we identify certain shortcomings of the current marketing strategy, the most notable being the lack of personalization of the website. We conclude with suggesting a set of indicators that could help reveal the impact of a new marketing strategy.

Key words

Markov chains, clickstream data, marketing.

Kontaktní údaje

Ing. Martina Zouharová
Vysoká škola ekonomická v Praze, katedra ekonometrie
nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67
tel: +420 723 019 039
e-mail: em.zouharova@gmail.com

Příspěvková organizace

Oldřich Rambousek

Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra ekonomických studií

Abstrakt

Cílem článku je zhodnotit, zda platná právní úprava poskytuje územním samosprávným celkům vhodné typy právnických osob pro plnění zákonem vymezených úkolů a pro účelné a efektivní využívání majetku těchto celků, při zachování potřebného vlivu územního samosprávného celku na majetek a činnost těchto právnických osob.

Klíčová slova

Právní subjektivita, deliktní způsobilost, zřízení (zakládání) společností, příspěvkové organizace, kontrola, financování, transformace příspěvkových organizací.

Úvod

Obecně platí, že územní samosprávné celky mají, společně se státem, v hospodářském (podnikatelském) prostředí specifické postavení. Územní samosprávné celky mají své poslání definováno veřejnoprávními normami. Primárním zájmem obce (kraje) není působení na trhu za účelem dosahování zisku, nýbrž uspokojování potřeb jeho občanů. Dominantní role krajů a obcí (ale přirozeně také státu) spočívá především v poskytování služeb veřejného zájmu – veřejně prospěšných činností, jako např. sociální služby, zdravotnictví, školství, kultura nebo doprava.

Pojmové znaky právnické osoby

Základním pojmovým znakem právnické osoby je její právní subjektivita, tzn. způsobilost k právům a povinnostem. Právní subjektivitu právnickým osobám v českém právním řádu přiznává občanský zákoník v ustanovení § 18 odst. 2.

S právní subjektivitou právnických osob je spojován požadavek, aby právnická osoba nesla odpovědnost za své skutky a odpovídala za neplnění povinností, k nimž je jakýmkoliv způsobem zavázána, ať už jde o povinnosti dle právních předpisů nebo smluvní závazkový vztah.

Dalším pojmovým znakem právnické osoby je tzv. deliktní způsobilost. Právnická osoba má odpovědnost jak z hlediska soukromého práva (příslušná ustanovení občanského a obchodního zákoníku) týkající se odpovědnosti a náhrady škody, tak z hlediska veřejného práva, např. za spáchání správních deliktů. Do sféry veřejného práva spadá trestní odpovědnost právnických osob (zákona č. 418/2011 Sb., o trestní odpovědnosti právnických osob a řízení proti nim), který nabyl účinnosti dne 1. ledna 2012.

Zprostředkovaný výkon samosprávné působnosti obcí a krajů

Není reálné, aby územní samosprávné celky samy plnily veškeré samosprávné úkoly uložené jim zákonem. Obce a kraje mají proto oprávnění zakládat a zřizovat právnické osoby pro zajištění výkonu plnění úkolů územního samosprávného celku, resp. poskytování veřejně prospěšných služeb.

Podle ust. § 23 odst. 1 zákona č. 250/2000 Sb. o rozpočtových pravidlech územních rozpočtů ve znění pozdějších předpisů (dále jen "zákon č. 250/2000 Sb."), může územní samosprávný celek jako jediný zakladatel zakládat či zřizovat zde výslovně uvedené organizace a právnické osoby, tj.:

- organizační složky,
- příspěvkové organizace,
- obchodní společnosti, a to akciové společnosti a společnosti s ručením omezeným,
- obecně prospěšné společnosti,
- školské právnické osoby,
- veřejné výzkumné instituce.

Rozhodnutí o zřízení či založení konkrétního typu organizace vždy musí především vycházet z posouzení potřebnosti předmětných veřejně prospěšných služeb. Před založením nové společnosti je nezbytné provést analýzu ekonomicko-právních aspektů při zohlednění specifík jednotlivých odvětvových činností (např. školství, zdravotnictví, sociální služby). Současně je nutné si uvědomit, že se jedná o nakládání s veřejnými prostředky a veřejným majetkem.

Kontrola právnických osob založených (zřízených) územními samosprávnými celky

Územní samosprávný celek jako zřizovatel (zakladatel) má přirozenou snahu zachovat si dostatečný vliv nad činností a hospodařením zřizovaných (zakládáných) právnických osob. Kromě výkonu zakladatelských (zřizovatelských) funkcí, které jsou vymezeny v právních předpisech příp. v zakladatelských (zřizovatelských) dokumentech, jsou důležitým prvkem ve vztahu obce (kraje) ke zřizovaným (zakládáným) právnickým osobám dostatečná kontrolní oprávnění zřizovatele (zakladatele).

Pokud jde o tyto možnosti kontroly, je především třeba uvést, že územní samosprávné celky disponují specifickým oprávněním, vyplývajícím z ust. § 15 odst. 1 zákona č. 250/2000 Sb., podle něhož mohou kontrolovat hospodaření jimi zřízených, nebo založených právnických osob. Toto zákonné ustanovení územní samosprávné celky žádným způsobem neomezuje v tom, vůči kterým typům právnických osob tuto kontrolu mohou provádět. Rada obce (kraje) tak může uložit obecnímu (krajskému) úřadu zabezpečení provedení kontroly hospodaření jakékoliv krajem založené (zřízené) a 100 % vlastněné právnické osoby bez ohledu na její právní formu.

Předmětem kontroly se tedy mohou stát nejen příspěvkové organizace, ale např. i obecní (krajské) obchodní společnosti, v nichž jinak dle soukromoprávní úpravy funkci kontrolního

orgánu, kterému primárně přísluší dohled nad výkonem působnosti představenstva (resp. jednatelů) a uskutečňováním podnikatelské činnosti společnosti, plní dozorčí rada. V souvislosti s prováděním kontroly krajským úřadem může také rada kraje v působnosti valné hromady obchodní společnosti požádat představenstvo a dozorčí radu společnosti o poskytnutí veškerých dokladů a součinnosti nezbytné při provádění kontroly hospodaření společnosti. Pro obchodní (ale např. také obecně prospěšné) společnosti založené územními samosprávnými celky tak veřejnoprávní předpisy stanoví navíc některé možnosti kontroly jejich hospodaření, s nimiž se u „běžných“ soukromoprávních společností nesetkáme.

Vedle kontrolního oprávnění vyplývajícího z ust. § 15 odst. 1 zákona č. 250/2000 Sb. nesmím zapomenout na ust. § 78 odst. 4 písm. b) zákona o krajích, které svěřuje do působnosti finančního výboru zastupitelstva kraje provádění kontroly hospodaření právnických osob a zařízení založených nebo zřízených krajem, nebo které na kraj byly převedeny. Na základě tohoto ustanovení, podle mého názoru, může rovněž finanční výbor kontrolovat hospodaření všech krajem založených a 100 % vlastněných právnických osob (a také organizačních složek jako zařízení bez právní subjektivity).

V rámci takovéto kontroly však nelze uplatnit procesní pravidla stanovená zákonem č. 320/2001 Sb., o finanční kontrole ve veřejné správě a o změně některých zákonů, ve znění pozdějších předpisů (dále jen *zákon o finanční kontrole*), neboť podle § 1 odst. 3 zákona o finanční kontrole, se jeho ustanovení nevztahují na kontrolu právnických osob, ke kterým územně samosprávné celky plní funkci zakladatele.

Kontrolu dle citovaných ustanovení právních předpisů lze provádět výhradně u právnických osob, kde je obec (kraj) jediným zřizovatelem (zakladatelem), resp. jediným společníkem. U právnických osob, na jejichž činnosti se obec (kraj) podílí společně s dalšími subjekty tato specifická kontrolní oprávnění nelze uplatnit (a nepochybně ani žádným způsobem vymoci) a obec (kraj) musí využít standardních kontrolních oprávnění společníka (zpravidla prostřednictvím svého zástupce v dozorčí radě).

Financování právnických osob zřízených (založených) územními samosprávnými celky

Při rozhodování o volbě vhodné právní formy při zakládání nové právnické osoby určené k poskytování veřejně prospěšných služeb je nutné stanovit si otázku finančních vztahů mezi zakladatelem a právnickou osobou. Značnou pozornost je nutné věnovat tzv. veřejné podpoře (forma státní intervence představující podporu určité ekonomické činnosti).

Lze konstatovat, že výše uvedené neplatí pro finanční vztahy mezi obcí (krajem) a příspěvkovou organizací. Z hlediska veřejné podpory příspěvek na provoz ve většině případů nebude považován za nepřijatelnou veřejnou podporu s ohledem na skutečnost, že posláním (hlavní činností) jsou veřejně prospěšné činnosti. Základním znakem všech takovýchto služeb musí být fakt, že pokud nebudou finančně podporovány (dotovány) veřejnými subjekty, nebudou na trhu realizovány, nebo pouze v omezeném rozsahu i kvalitě. Z výše uvedeného jednoznačně vyplývá, že na podporu zřizovatele v odvětví poskytování zdravotních služeb lze pohlížet jako na nepřijatelnou veřejnou podporu. Proto je třeba i u příspěvkových organizací případnou veřejnou podporu zkoumat jednotlivě v závislosti na odvětví a okolnostech konkrétní situace.

Obchodní společnosti založené obcí (krajem) nemají vazbu na rozpočet svého zakladatele. Zakladatel (společník, akcionář) se pouze podílí svým vkladem na založení společnosti. V praxi se poměrně často používá institut peněžitého vkladu obce (kraje) jako akcionáře (společníka) do základního kapitálu obchodní společnosti (resp. zvýšení základního kapitálu peněžítým vkladem), při dodržení tzv. principu soukromého investora. Princip soukromého investora je obecně užívaný princip, při jehož aplikaci dochází ke srovnávání kroků veřejných institucí s kroky privátních investorů. Posuzuje se, zda by soukromý investor rovněž poskytl kapitál v daném čase a místě, za stejných či obdobných podmínek. Vzhledem k absenci jakýchkoli „závazných“ či „doporučených“ parametrů pro zajištění objektivit tohoto principu je jeho využití krajně problematické.

„Transformace“ příspěvkových organizací do jiných právních forem

Vzhledem k tomu, že obce i kraje většinu současných příspěvkových organizací nezakládaly, ale tyto organizace převzaly na základě zákonného přechodu od státu, směřují jejich úvahy k tomu, do jaké jiné právní formy dosavadní příspěvkovou organizaci „transformovat“. Jako nejvýhodnější právní forma bývá přitom nejčastěji vyhodnocena obchodní společnost.

Přínosy „transformace“ lze shrnout do následujících bodů:

1. Obchodní společnost je samostatným právním subjektem, který může vlastnit majetek a ve svém finančním hospodaření není omezen jako příspěvková organizace.
2. V obchodní společnosti je jasně definována odpovědnost členů představenstva (resp. jednatele) a dozorčí rady při výkonu jejich funkce.
3. Územní samosprávný celek v pozici zakladatele obchodní společnosti (ať už s.r.o. nebo a.s.) ručí za závazky společnosti pouze do výše nesplaceného vkladu (může být významné např. v případě arbitrážních řízení či soudních sporů o vysoké částky).
4. Územní samosprávný celek jako jediný společník (resp. akcionář) společnosti může nadále rozhodovat o vývoji a směřování zařízení.
5. Obchodní společnost může využít širší možnosti motivace managementu i ostatních pracovníků (neplatí zde např. NV č. 524/2006 Sb., o platových poměrech zaměstnanců ve veřejných službách a správě, ve znění pozdějších předpisů)

Některé majetkové otázky spojené s „transformací“ příspěvkové organizace na obchodní společnost

Je nutné si uvědomit, že vkladem majetku do základního kapitálu obchodní společnosti je fakticky převáděno jeho vlastnictví na tento subjekt a územní samosprávný celek ztrácí jakákoliv majetková práva k vloženým movitým i nemovitým věcem. V souvislosti s „transformací“ a se zřizováním obchodních společností je proto nutné vyhodnotit, zda se do základního kapitálu vloží všechnen majetek svěřený nyní do správy příspěvkové organizace, anebo bude případně zvolena jiná cesta (např. vložení movitého majetku a pronájem majetku nemovitého).

Považuji za nutné zdůraznit, že „transformace“ (resp. změna právní formy) sama o sobě není automatickým řešením kvality a efektivnosti, ale pouze vytváří vhodné prostředí pro úspěšný rozvoj.

Shrnutí k příspěvkové organizaci

Příspěvkové organizace nadále představují nejčastější druh organizace, jejímž prostřednictvím obce a kraje plní úkoly vyplývající z jejich působnosti.

Charakteristické znaky příspěvkové organizace:

- je právnickou osobou veřejného práva,
- vzniká na základě individuálního správního aktu (rozhodnutí, usnesení) zastupitelstva obce či kraje,
- může mít vždy jen jednoho zřizovatele – není možné, aby vůči jedné organizaci vystupovalo více zřizovatelů,
- disponuje právní subjektivitou,
- v rámci hlavní (veřejně-prospěšné) činnosti je nezisková,
- jako právní forma je univerzálně použitelná a na rozdíl od jiných právních forem ji lze použít v zásadě pro všechny možné veřejně prospěšné činnosti obce či kraje,
- nemá soustavu orgánů, je řízena jedinou osobou – ředitelem, kterého jmenuje zřizovatel,
- při hospodaření i nakládání s majetkem je výrazně ovlivňována (omezována) zřizovatelem,
- je napojená na rozpočet zřizovatele (mj. hospodaří s prostředky – příspěvky na provoz z rozpočtu svého zřizovatele),
- odměňování zaměstnanců není postaveno na smluvním principu, ale dle platových tarifů v nařízení vlády.

I přes určitou univerzálnost příspěvkové organizace (v zásadě použitelná ve všech odvětvích samosprávy), měly by územní samosprávné celky vhodnost této právní formy posuzovat individuálně a využívat ji především pro činnosti neziskové.

Tento příspěvek vychází z reálného prostředí (z nerespektování výše uvedených principů je již vyvozována trestní odpovědnost příslušných statutárních orgánů). Prostřednictvím tohoto článku předkládám danou problematiku k diskusi.

Literatura

- [1] PEKOVÁ, J. Finance územní samosprávy, *Wolters Kluwer*, ISBN:978-80-7357-614-1
- [2] MOCKOVIÁKOVÁ, A. – MORÁVEK, Z. – PROKŮPKOVÁ, D. Příspěvková organizace 2012 – 2013, *Wolters Kluwer*, ISBN:978-80-7357-736-0

Allowance Organization

Abstract

This article aims to assess whether the existing legislation gives local government units suitable types of legal entities for the performance of tasks defined by law and the effective and efficient use of assets of these units, while maintaining the necessary effect of the unitary authority on property and activities of these legal entities.

Key words

Legal personality, tort character establishment (establishment) of companies, organizations, control, financing, transformation governmental organizations.

Kontaktní údaje

Ing. Oldřich Rambousek, Ph.D.
Katedra ekonomických studií
Vysoká škola polytechnická Jihlava
Tolstého 16
586 01 Jihlava
e-mail: o.rambousek@atlas.cz

Personální potenciál rozvoje inovační schopnosti podniku a způsoby jeho měření

Ondřej Žižlavský

Vysoká škola polytechnická Jihlava

Abstrakt

Procesy rozvoje zdrojů mají vytvářet potřebnou infrastrukturu – potenciál pro plnění strategických cílů v oblasti inovací a konkurenceschopnosti podniku. Článek objasňuje metodická východiska návrhu měřicího systému pro oblast potenciálů rozvoje inovační schopnosti zúženou, vzhledem k rozsahu článku, na personální potenciál, jenž je obecně považován za nejdůležitější složku potenciálů rozvoje. Zkušenosti předních světových podniků prokázaly, že pro neustálé zlepšování inovační výkonnosti jsou nutné nápady a návrhy na zlepšení od zaměstnanců pracujících v „první linii“, tedy nejbližší interním procesům a zákazníkům. Aby se proaktivní přístup zaměstnanců stal trvalým a významným zdrojem zvyšování inovační výkonnosti a konkurenceschopnosti podniku, je nutno zásadně zvýšit jejich motivaci pro plnění cílů a soustavně zvyšovat kvalifikaci. Jedině tak mohou podniky plně využít potenciál svých tvůrčích schopností. Personální potenciál a schopnost managementu ho zvyšovat a plně využívat jako nejvýznamnější faktor konkurenceschopnosti a zvyšování výkonnosti rozhoduje o přežití a rozvoji podniku v informační éře. Vývoj základních ukazatelů charakterizujících vývoj v této oblasti se stal významným měřítkem vývoje strategické výkonnosti podniku.

Klíčová slova

Personální potenciál, rozvoj podniku, inovace, měřicí systémy.

Úvod

Úspěšné inovace nevznikají kopírováním, ale překonáváním konkurence jiným pohledem na věc a odlišením se. Odlišení se dá dosáhnout novým designem, jinými funkcemi nebo jiným pohledem na potřeby zákazníka. Důležité je si uvědomit, že inovace musejí přinášet hodnotu nejen zákazníkovi, ale i akcionářům firmy, zaměstnancům a společnosti.

Od kontinuálně prováděných efektivních inovací se očekává, že budou plnit dvojjediný cíl: „Zajistit dlouhodobý, efektivní rozvoj a růst podniku při současném nepřetržitém odstraňování nebo alespoň zmírňování neefektivností v jeho podnikatelských procesech.“ (Vlček, 2011).

Inovovat je velmi moderní trend, protože nové produkty jsou základem pro udržitelný růst podniku. Ale na druhé straně, jakkoliv vysoké investice do inovací nezaručují,

že takto vynaložené prostředky jsou vynaložené efektivně. Proto je nezbytné inovovat s rozvahou a cíleně. Předpokladem pro takovou činnost je, aby podnik dokázal identifikovat faktory, které vymezují jeho inovační schopnost, řádně je využíval a podporoval, a zároveň průběžně vyhodnocoval činnosti v inovačním procesu a na základě těchto údajů dokázal rozhodnout, zda v inovaci pokračovat či nikoliv.

Podle Pitry (2006) lze k zachycení vývoje potenciálu podniku a jeho řízení využít metodiky Balanced Scorecard. I když jeho původní idea byla zaměřena na obchodní strategii, je možné jej aplikovat na jakýkoliv proces podniku, včetně inovačního (např. Bremser a Barsky, 2004; Kerrsens–van Drongelen et al., 2000, Neufeld et al., 2001).

Koncept Balanced Scorecard převádí vizi a strategii podniku do uceleného a srozumitelného souboru ukazatelů výkonnosti, jenž poskytuje rámec pro posuzování jeho strategie a systému řízení. BSC měří výkonnost podniku pomocí čtyř vyvážených perspektiv:

- finanční,
- zákaznické,
- interních podnikových procesů a
- potenciálů rozvoje (učení se a růst).

Označení poslední perspektivy je značně kolísavé. Kaplan a Norton (1992) označují tuto perspektivu jako „Učení se a růst“, jinde se můžeme setkat s označením typu „Perspektiva zaměstnanců“, „Perspektiva znalostí“, „Perspektiva inovací“ nebo „Perspektiva budoucnosti“. Horváth preferuje termín „Perspektiva potenciálů“ z několika důvodů. Za prvé, označení „Učení se a růst“ velmi málo zohledňuje vztah k aktuální strategii. Za druhé, ostatní používaná označení se příliš orientují na jednotlivé potenciály, jako jsou zaměstnanci, inovace nebo znalosti. Označení „Perspektiva potenciálů rozvoje“ zajišťuje, že při odvození cílů se zvažují všechny, dnes i v budoucnu potřebné potenciály (Horváth a Partners, 2004).

Poslání zdrojové oblasti vyžaduje, aby podnik na úkor krátkodobých finančních výsledků zajistil prostředky pro rozvoj inovačních schopností zaměstnanců, systémů a procesů. Vynaložení těchto nákladů je investicí do budoucnosti a ve svém důsledku přispěje k plnění dlouhodobých finančních cílů. Výše uvedené se dostává do rozporu se současnými postupy podniků, které v období opakované krize omezují investice do majetku i do rozvoje zaměstnanců.

Material a metody

Za účelem zjištění skutečného stavu řešené problematiky řízení a rozvoje inovační schopnosti byl proveden sekundární výzkum. Při jeho zpracování byl použit systémový přístup a níže uvedené metody vědecké práce.

Sekundární obsahová analýza byla využita při zpracování sekundárních dat z dostupné odborné literatury, zejména zahraničních odborníků. Vstupem byly knihy, časopisy, články z vědeckých a odborných databází nebo sborníky z konferencí s přihlédnutím na jejich odbornou úroveň a aktuálnost.

Syntéza byla především použita při vyslovování závěrů a vytváření metodického návrhu měření personálního potenciálu rozvoje inovační schopnosti podniku.

Potenciály rozvoje inovací – věcná náplň

Dle výsledků sekundárního (Heřman, 2008; Pittner a Švejda, 2004; Pokorný et al., 2008, Veber, 2007) a primárního (Žižlavský, 2011) výzkumu se hlavní složky podpory inovačních aktivit podniků zakládají na rozvoji inovačního potenciálu podniku, způsobu řízení podniku a inovačního procesu. Mezi nejvýznamnější patří:

- způsob řízení podniku a inovací,
- obchodní a marketingové aktivity (míra znalostí inovačních potřeb),
- lidské zdroje (tj. zaměstnanci s inovačním potenciálem),
- vytvoření inovační podnikové kultury,
- motivace pracovníků inovovat,
- zapojení do synergického podnikání,
- spolupráce se zákazníky,
- ekonomická síla a finanční zdroje,
- technicko-technologická úroveň podniku včetně výzkumu a vývoje.

Vzhledem k rozsahu článku a skutečností zjištěným vlastním výzkumem se budeme dále zabývat pouze problematikou personálního potenciálu (lidského kapitálu), jenž je obecně považován za nejdůležitější složku potenciálů rozvoje. Lidský kapitál tvoří pracovníci podniku a suma jejich znalostí, schopností, dovedností, přístupu k práci a motivace. Ty tvoří intelektuální, emoční a akční potenciál, který pracovníci propůjčují, zároveň se svou vynaloženou energií a časem, podniku.

Zaměstnanci jsou pro každý podnik klíčovou složkou, jejich znalosti a schopnosti determinují úspěch či neúspěch. Pro podniky věnující se inovační činnosti, platí tato věta obzvláště. Každý podnik, jenž se zaměřuje na inovace, musí klást důraz na vyhledávání takovýchto inteligentních a kreativních lidí.

Přestože jednotliví pracovníci mohou být schopni vygenerovat pouze omezené, inkrementální inovace, součet těchto aktivit může mít dalekosáhlé důsledky (Bessant, 2003). Pokud tedy se podaří potenciál těchto jedinců spojit a nasměrovat na inovace v celém podniku, může být výsledný inovační potenciál ohromný (Adair, 2004; Figueredo, 2001).

Základní ukazatele měření zaměstnaneckých cílů

Většina vyspělých světových podniků používá pro měření plnění cílů v personální oblasti následující tři základní výsledkové ukazatele:

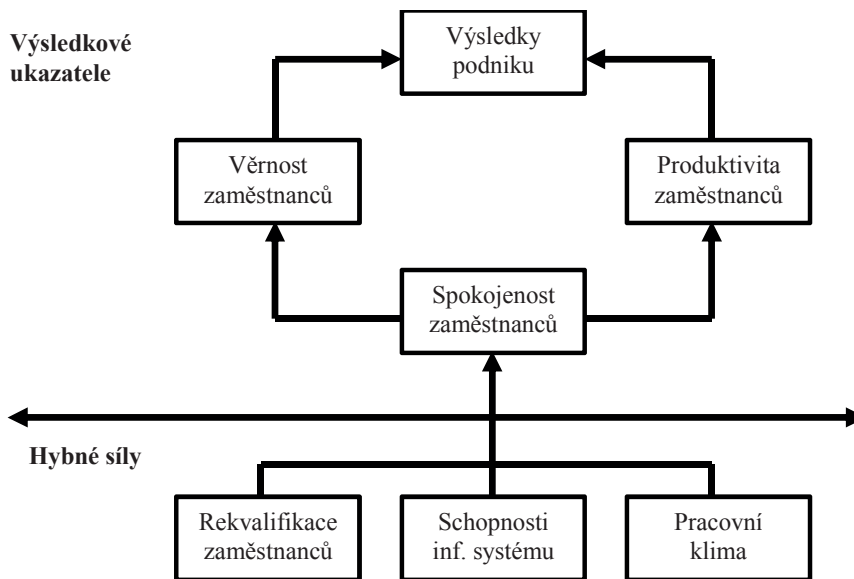
- ukazatel spokojenosti zaměstnanců,
- ukazatel věrnosti zaměstnanců,
- ukazatel produktivity zaměstnanců (např. Parmenter, 2008 nebo Nenadál, 2004).

Větší využití nefinančních ukazatelů v této oblasti je logické. Finanční kritéria a posuzování totiž může být zavádějící, pokud jde o vytváření strategického „zdraví“ firmy. Problémem finančních ukazatelů je fakt, že vycházejí z minulosti (co již bylo vykonáno) a nejsou proto vhodné pro strategické plánování. Zásadními varovnými signály potenciálních problémů, které mohou nastat třeba až za tři nebo čtyři roky, jsou právě nefinanční ukazatele – spokojenost zákazníků, morálka zaměstnanců, rivalita (Crainer, 2000).

Na následujícím obrázku jsou zobrazeny vzájemné kauzální vztahy těchto ukazatelů a hlavní hybné síly ukazatele spokojenosti zaměstnanců podle Nenadál (2004). Z obrázku je zřejmé, že z výsledkových ukazatelů je klíčový ukazatel spokojenosti zaměstnanců, od něhož se odvíjí oba další výsledkové ukazatele. Na tomtéž obrázku jsou také zobrazeny hybné síly vývoje spokojenosti zaměstnanců, které jsou:

- rekvalifikace zaměstnanců,
- schopnosti informačního systému,
- pracovní inovační klima – jeho dobrá úroveň je v řadě případů rozhodujícím faktorem vývoje spokojenosti zaměstnanců.

Obr. 1: Konceptní model měření zaměstnaneckých cílů (upraveno podle Nenadál, 2004)



Měření spokojenosti zaměstnanců

Moderní manažerské přístupy vycházejí ze zjištění řady podniků, že zaměstnanci, kteří uvedli vysoký stupeň spokojenosti se zaměstnáním, měli i nejspokojenější zákazníky, nejlepší pracovní výsledky a pracovní morálku. Měření spokojenosti zaměstnanců je v náplni práce personálních útvarů. Ve většině českých podniků

je řešení tohoto problému dosud na pokraji zájmu a rozvíjí se pouze v několika předních podnicích se zahraniční účastí.

Obecný postup měření spokojenosti zaměstnanců:

1. Roztřídění zaměstnanců do skupin se společnými požadavky a prioritami

Požadavky a priority zaměstnanců určujeme stejně jako požadavky zákazníků pomocí dotazníků, rozhovorů, schůzek zájmových skupin. Požadavky a priority zaměstnanců se s časem mění a proto musíme jejich zjišťování minimálně 1krát ročně opakovat.

Základní požadavky jsou společné – jistota zaměstnání, dobré platové podmínky, zajímavá práce a příjemné pracovní klima. Pokud jsou splněny, získáme spokojené zaměstnance pracující v podniku. Jak je ale udržet? Kvalitní a špičkové podniky neustále hledají nové kvalifikované zaměstnance a mohou nám je přebrat. Pokud pracovník není spokojen s motivačními faktory (platem, pracovní náplní, ale taktéž kolektivem) a přijde-li mu výhodnější nabídka, nebude váhat.

Pokud však je podnik schopen reagovat na specifické požadavky, priority a motivy jednotlivých skupin zaměstnanců, stanou se z nich nadšení a oddaní zaměstnanci, kteří zachovávají věrnost podniku i při lepších dílčích nabídkách konkurence (viz známé příklady pracovního prostředí společností jako např. Google, Microsoft, RedHat aj.).

2. Zjišťování subjektivních – měkkých dat o spokojenosti zaměstnanců

Pro měření spokojenosti zaměstnanců jsou významné (váha 60 %) jejich subjektivní názory na pracovní klima a pracovní morálku v podniku. Zjišťujeme je zpravidla pomocí dotazníků, kdy jednotlivá témata jsou hodnocena např. na 5 bodové stupnici. Do dotazníků by měla být zařazena zejména následující témata:

- způsob odměňování,
- pracovní zatížení,
- pracovní klima,
- přístup k informacím,
- ztotožnění se s rozhodnutími vedoucích,
- podpora tvořivosti a iniciativy,
- otevřenost komunikace,
- bezpečnost práce.

Podle specifik podniku mohou být zařazena i jiná témata. Hodnocení může být provedeno i jinými formami než dotazníky – formou pohovorů a schůzek zájmových skupin.

Se zjišťováním spokojenosti zaměstnanců se pojí hned několik problémů. Klíčová je anonymita. Zaměstnanci mohou během dotazování uvádět nepravdivé informace (např. z obavy o své pracovní místo, potenciálních konfliktů na pracovišti aj.). Dalším častým problémem je špatně sestavený dotazník nebo pohovor spokojenosti, jenž neposkytne kýžený výsledek. Podstatná je skutečnost, kdo bude dotazování provádět. Pokud to budou pracovníci personálního oddělení, může zde hrozit nebezpečí příliš úzkého

zaměření pohledu lidí zevnitř podniku. Může se vyskytnout i zájem těchto pracovníků na dosažení co nejlepších výsledků a z toho vyplývající možnost ovlivňování výsledků (např. mohou poznat písmo svých kolegů). Proto je optimální, ale drahé, zadat průzkum externí nezávislé organizaci.

3. Tvrdé ukazatele spokojenosti zaměstnanců

Zatímco údaje z dotazníků nás informují o mínění a pocitech zaměstnanců, personální útvary mají i konkrétní „tvrdé“ informace o skutečném chování zaměstnanců, které musíme také zahrnout do hodnocení spokojenosti.

Za tvrdá data považujeme např.:

- hodnotu fluktuace klíčových zaměstnanců,
- hodnotu nemocnosti zaměstnanců,
- počet pracovních úrazů,
- počet žádostí o přeložení v rámci podniku.

Tyto údaje musí personální útvar vyhodnotit a zahrnout je do hodnocení syntetického indexu spokojenosti personálu (dále jen ISP).

4. Index spokojenosti personálu ISP

U hodnocení tohoto indexu se jedná o ověření váhového systému pro měkká a tvrdá data. Počítáme zde s větší vahou měkkých dat – cca 60 %. V ověřování konstrukce ISP je nutno pokračovat tak, aby hodnota ISP a jeho změny byly pro management dostatečně průkaznými informacemi a východiskem pro opatření v oblasti hybných sil (viz část Hybné síly oblasti personálního potenciálu).

Měření věrnosti zaměstnanců

Věrní a loajální zaměstnanci jsou nositeli hodnot podniku, know-how interních procesů a vnímavosti k potřebám zákazníků. Každý podnik by měl mít vytipovány klíčové pracovní pozice, které vyžadují vysoké dlouhodobé investice do zvyšování kvalifikace zaměstnanců na těchto pozicích. Cílem každého podniku je udržet zaměstnance na klíčových pozicích a předejít tak ztrátám nehmotného intelektuálního kapitálu a dlouhodobých investic.

Mimořádný význam v souvislosti s udržením kvalitních kreativních pracovníků má právě efektivní systém motivace a odměn. Dnešní nauka o řízení lidských zdrojů už dávno nechápe odměňování pouze jako mzdu nebo plat, nebo jinou finanční výhodu. Pozorujeme rozšiřování významu pojmu odměňování (Koubek, 2007). Toto moderní pojetí nespolehá jednoduše řečeno jen na peníze, ale i ocenění zaměstnance formou například povýšení, pochvaly, případně jiných benefitů, nezávislých na jeho výkonu, udělovaných díky tomu, že je zaměstnancem společnosti (Armstrong, 2007).

Práce na inovacích je velmi náročná na čas a získávání dodatečných znalostí s nejistým výsledkem. Členy inovačních týmů je nutné dostatečně odměnit jednak pomocí

peněžních stimulů, ale nabídnout jim rovněž i nehmotné odměny. Dotazovaní manažeři a jednatelé podniků se shodli, že individuální přístup k odměňování je velmi významný. Je to ovšem choulostivá záležitost, která může vyústit ve spory uvnitř podniku.

Po stránce motivace lze vysledovat dva přístupy podniků (Vacek, 2004). Prvním je takový, že společnost má systém hmotné stimulace, který pozitivně ovlivňuje pracovní nasazení zaměstnanců. Pokud jsou parametry tohoto systému vhodně zvolené, může být takový systém i funkční. Po splnění základních ambicí zaměstnanců však již obvykle další možnosti nenabízí. Tento přístup je patrný u malých, středních a rodinných podniků. Větší společnosti motivující své zaměstnance, rozlišují přínos jednotlivých zaměstnanců a snaží se vytvářet podmínky pro vnitřní stabilitu. Motivace zde vyrůstá ze zajištěnosti základních potřeb zaměstnanců, čímž je vytvářen prostor pro jejich tvůrčí nasazení. Problémem zde může být fakt, že společnost bude za poskytnuté výhody vyžadovat jen vyzrálé a zacvičené pracovníky, takže vytváření nadstandardních podmínek se pak děje na úkor dalšího profesního růstu zaměstnanců.

Věrnost zaměstnanců je obecně měřena procentem fluktuace klíčových zaměstnanců. Jde o jednoznačně měřitelný ukazatel zahrnující tvrdá data, která vypovídají o tom, co zaměstnanci skutečně dělají a do značné míry prověřují pravdivost hodnot ISP.

Měření produktivity zaměstnanců

Produktivita zaměstnance je výstupním měřítkem agregovaného vlivu zvyšování dovedností a pracovní morálky zaměstnanců, jejich motivací, inovací, zlepšování interních procesů a uspokojování zákazníků. Cílem je určit vazbu mezi výstupem vyprodukovaným zaměstnanci a počtem na tom se podílejících zaměstnanců. V praxi se měří mnoha způsoby.

Nejběžnějším způsobem je měření podílu celkového obratu na jednoho zaměstnance. Je to jednoduchý a snadno pochopitelný ukazatel, který však má svá omezení, zejména pokud je jeho plnění přikládán příliš velký význam. Ukazatel obrat na zaměstnance lze splnit prodejem pod náklady na úkor zisku, nebo formou outsourcingu, kdy snížíme počet zaměstnanců a část operací realizujeme dodavatelsky.

Proto je stále více používán ukazatel produktivity, který měří hodnotu přidané hodnoty na zaměstnance. Do přidané hodnoty nezapočítáváme externě nakoupený materiál nebo dodávky a služby.

Ukazatele produktivity jsou užitečným diagnostickým ukazatelem výkonnosti zaměstnanců, pokud se nezmění vnitřní struktura podniku. Při změně struktury (automatizace, outsourcing) je nutno změnit i plánované hodnoty ukazatelů. Při použití ukazatelů produktivity jako měřítek pro odměňování je nutno je vyvážit ukazateli rentability, aby plnění nebylo dosahováno neefektivními způsoby.

Hybné síly oblasti personálního potenciálu

Po určení způsobů měření spokojenosti, věrnosti a produktivity zaměstnanců by měly podniky identifikovat specifické a na konkrétní situaci závislé hybné síly v perspektivě potenciálů rozvoje. Na obrázku 1 je znázorněna skutečnost, že jádrem hybných sil jsou tři klíčové aktivátory:

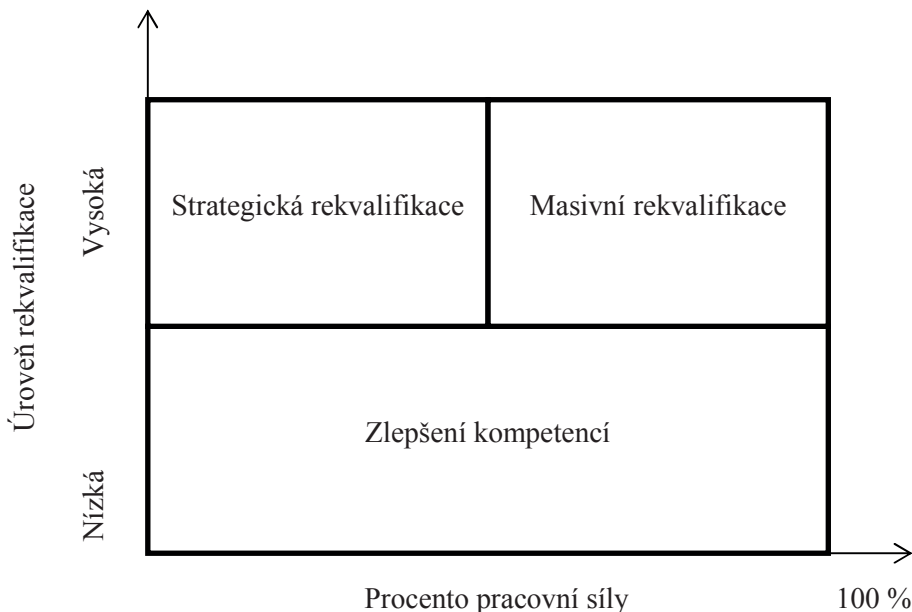
- rekvalifikace zaměstnanců,
- schopnosti informačního systému (přístup k informacím),
- pracovní inovační klima.

Rekvalifikace pracovní síly

V současné době prodělává řada podniků radikální restrukturalizaci, jejíž úspěch je podmíněn úspěchem rekvalifikace jejich zaměstnanců, kteří musí získat know-how pro výkon nových rolí. Potřebu rekvalifikace zaměstnanců můžeme hodnotit pomocí dvou hledisek:

- stupně požadované rekvalifikace,
- procentní podíl zaměstnanců, který vyžaduje určitý stupeň rekvalifikace.

Obr. 2: Metodika rekvalifikačních scénářů



Z předchozího obrázku vyplývá, že je-li stupeň rekvalifikace zaměstnanců nízký (zlepšení kompetencí), bude stačit běžný výcvik a rekvalifikace nebude mít žádnou zvláštní prioritu.

Bude-li však požadovaný stupeň rekvalifikace vysoký (strategická rekvalifikace, masivní rekvalifikace), bude muset být rekvalifikace zařazena do systému ukazatelů

„personálního potenciálu“ a sledováno její plnění, od něhož závisí plnění cílů ostatních strategických oblastí.

Jako vhodný ukazatel se pro tento případ osvědčil ukazatel poměru pokrytí strategických pracovních míst. Tento ukazatel sleduje počet zaměstnanců kvalifikovaných pro obsazení strategické pracovní pozice v porovnání s očekávanými potřebami podniku. Kvalifikace pro strategická pracovní místa je jasně definovaná tak, aby zaměstnanci zastávající tato místa měli schopnosti nezbytné pro dosažení zákaznických cílů a cílů interních procesů.

Rekvalifikační scénáře:

- Strategická rekvalifikace – klíčoví zaměstnanci vyžadují vysokou úroveň nových strategických schopností a dovedností.
- Masivní rekvalifikace – značná část zaměstnanců vyžaduje masivní obnovu svých dovedností.
- Zlepšení kompetencí – větší nebo menší část zaměstnanců vyžaduje zlepšení klíčových dovedností.

Ukazatel poměru pokrytí strategických pracovních míst obvykle odhalí značnou mezeru mezi budoucími potřebami a stávajícími kompetencemi – měřeno dimenzemi kvalifikace, znalostí a postojů. Tato mezera je pak hnací silou rekvalifikačních projektů v oblasti strategické rekvalifikace.

U podniků, které potřebují masivní rekvalifikaci, může být kritickým ukazatelem doba potřebná pro rekvalifikování současných zaměstnanců na nové stupně kompetencí. Pro splnění cílů restrukturalizace musí být podnik schopen tuto dobu výrazně zkrátit.

U českých podniků se vyskytují různé přístupy k rekvalifikaci:

- velké podniky – vlastní školicí střediska (ČEZ, a.s., Škoda Auto, a.s.),
- malé podniky – snaží se vyhledávat a nabírat již kvalifikované zaměstnance.

Schopnosti informačního systému

Motivace a schopnosti zaměstnanců jsou sice pro dosažení zákaznických cílů a cílů interních nezbytné, ale samy o sobě nestačí. Mají-li zaměstnanci v dnešním konkurenčním prostředí efektivně pracovat, potřebují být dobře informováni o zákaznících, průběhu interních procesů a o finančních důsledcích svých rozhodnutí.

Od zaměstnanců můžeme očekávat podporu programů na zlepšení jenom tehdy, pokud potřebnou informační zpětnou vazbu mají, pokud mají přístup k potřebným informacím. Dobře fungující informační systémy jsou nezbytným prostředkem zlepšování procesů a jejich produktivity.

Přední podniky v rámci zlepšování procesů definují informační potřeby procesů a jejich pokrytí v rámci informačního systému včetně stupně pokrytí informacemi dostupnými v reálném čase.

Ukazatel procento pokrytí potřeb strategických informací u jednotlivých interních procesů by mohl sloužit jako ukazatel hybné síly informačního systému v perspektivě učení se a růstu. Obecné specifikace parametrů informačního systému bez vazby

na konkrétní informační potřeby interních procesů vedou k neefektivnímu rozvoji informačního systému podniku.

Pracovní inovační klima

Ani kvalifikovaní zaměstnanci s dobrým přístupem k informacím nejsou zárukou plnění cílů podniku, pokud k tomu nejsou dostatečně motivováni, nebo nemohou samostatně rozhodovat a jednat. Třetí aktivátor plnění cílů oblasti inovací je proto zaměřen na vytvoření prostředí podporujícího motivaci a iniciativu zaměstnanců.

Úspěšné inovační firmy se odlišují tím, že podporují vnitřně motivované jedince – ať už finančně, společenským uznáním nebo prostě zvědavostí. Tyto organizace se zabývají inovacemi systematicky, zvládají s tím spojenou komplexitu, aktivně vyhledávají změny, které chápou jako příležitosti, a pečlivě vyhodnocují potenciální návratnost. Ty nejúspěšnější organizace sdílí mnoho společných rysů, které můžeme shrnout pod pojem inovační kultura. Na její vytvoření neexistuje žádný recept. Na základě analýzy nejlepších praktik se dá říci, že jsou důležité následující aspekty:

- leadership,
- multifunkční týmy,
- individuální odměňování zaměstnanců,
- otevřená komunikace a spolupráce,
- důvěra a autonomie,
- tolerance k riziku a neúspěchu,
- trpělivost a pohled do budoucnosti,
- orientace na zákazníka,
- nápady jsou oceňovány bez ohledu na to, odkud přicházejí.

Závěr

Charakteristický pro podniky dosahující dlouhodobě výborných výsledků je vysoký rozsah prostředků věnovaných na výzkum a vývoj, podporu inovačních projektů, vzdělání a personální rozvoj zaměstnanců. Existuje přímá souvislost mezi investicemi tohoto typu a inovačními schopnostmi podniku. Důvodem je schopnost lépe využívat nové technologie a zařízení a produkovat výrobky nebo služby s novými vlastnostmi.

Personální potenciál a schopnost ho zvyšovat a plně využívat jako jeden z nejvýznamnějších faktorů konkurenceschopnosti a zvyšování inovační výkonnosti rozhoduje o přežití a rozvoji podniku.

Článek představil tři základní výsledkové ukazatele, které používá pro měření cílů a výkonnosti v personální oblasti většina vyspělých světových podniků. Konkrétně se jedná o:

- ukazatel spokojenosti zaměstnanců,
- ukazatel věrnosti zaměstnanců,
- ukazatel produktivity zaměstnanců.

Dále prezentoval koncepční rámec jednotlivých ukazatelů. Metodické problémy se vyskytují u ukazatele spokojenosti zaměstnanců, kde podniky musí na základě zkušeností vypracovat, buď samy, nebo v součinnosti s externí poradenskou agenturou, vlastní specifickou metodiku hodnocení indexu spokojenosti personálu. Na závěr jsou uvedeny základní klíčové hybné síly personálního potenciálu.

Literatura

- [1] ADAIR, John Eric. *Efektivní inovace*. 1. vyd. Praha: Alfa Publishing, 2004, 233 s. ISBN 80-86851-04-4.
- [2] ARMSTRONG, Michael. *Reward management: a handbook of remuneration strategy and practice*. 2007. 722 s. ISBN 978-0-7494-4986-5.
- [3] BESSANT, John. *High-involvement innovation: building and sustaining competitive advantage through continuous change*. New York: John Wiley&Son, 2003. 256 s. ISBN 978-0-4708-4707-7.
- [4] BREMSER, Wayne a Barsky, Noah. Utilizing the balanced scorecard for R&D performance measurement. *R&D Management*, 2004. 34(3), 229-238
- [5] CRAINER, Stuart. *Moderní management: základní myšlenkové směry*. Vyd. 1. Praha: Management Press, 2000, 250 s. ISBN 80-7261-019-8.
- [6] FIGUEREIDO, Paulo. *Technological learning and competitive performance*. Cheltenham: Edward Elgar, 2001. 314 s. ISBN 978-1-8406-4656-6.
- [7] HORVÁTH & PARTNERS. *Balanced scorecard v praxi*. Praha: Profess Consulting, 2004, 386 s. ISBN 80-7259-033-2.
- [8] HEŘMAN, Jan a kol. *Průmyslové inovace*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2009. 259 s. ISBN 978-80-245-1445-1.
- [9] KAPLAN, Robert a NORTON, David. The balanced scorecard: measures that drive performance. *Harvard Business Review*, 1992. 70(1), 71-79
- [10] KERSSSENS-VAN DRONGELEN, Inge, NIXON, Bill a PEARSON, Alan. Performance measurement in industrial R&D. *International Journal of Management Reviews*, 2000. 2(2), 111-143
- [11] KOUBEK, Josef. *Personální práce v malých a středních firmách*. Praha: Grada, 2007. 261 s. ISBN 978-80-247-22. s. 158.
- [12] NENADÁL, Jaroslav. *Měření v systémech managementu jakosti*. 2. dopl. vyd. Praha: Management Press, 2004, 335 s. ISBN 80-7261-110-0.
- [13] NEUFELD, George, SEMEONI, Peter a TAYLOR, Marilyn. High performance research organizations. *Research Technology Management*, 2001. 44(6), 42-52
- [14] PITRA, Zbyněk. *Management inovačních aktivit*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2006, 438 s. ISBN 80-86946-10-x.
- [15] PITTNER, Miroslav a ŠVEJDA, Pavel. *Řízení inovací v podniku: regulace, řízení, vedení*. 1. vyd. Praha: Asociace inovačního podnikání ČR, 2004. 87 s. ISBN 80-903153-2-1.

- [16] PARMENTER, David. *Klíčové ukazatele výkonnosti: rozvíjení, implementování a využívání vítězných klíčových ukazatelů výkonnosti (KPI)*. 1. vyd. Praha: Česká společnost pro jakost, 2008, 242 s. ISBN 978–80–02–02083–7.
- [17] POKORNÝ, Ondřej et al. *Analýza inovačního potenciálu krajů České republiky*. Vyd. 1. Praha: Sociologické nakladatelství, 2008. 137 s. ISBN 978–80–86429–90–8.
- [18] VACEK, Jiří. *U-SME innovation: design of a model for joint university - enterprise innovation* [on-line] 2004. [cit. 2013-06-17] Dostupné na: <http://www.kip.zcu.cz/USME/>
- [19] VEBER, Jaromír a kol. *Řízení jakosti a ochrana spotřebitele*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2007. 201 s. Manažer. Management. ISBN 978–80–247–1782–1.
- [20] VLČEK, Radim. *Strategie hodnotových inovací: tvorba, rozvoj a měřitelnost inovací*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2011, 196 s. ISBN 978-80-7431-048-5.
- [21] ŽIŽLAVSKÝ, Ondřej. *Měření výkonnosti inovačního procesu*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2011, 154 s. ISBN 978–80–7204–760–4.

How to Measure Personal Potential of Innovative Ability and its Development

Abstract

Development processes of resources should create required infrastructure – potential for achieving strategic objectives in the field of innovations and company competitiveness. The article attempts to clarify methodological bases of a measurement system draft for the development potential of innovation ability limited due to extent of the article to personal potential, which is generally considered as the most important part of the development potential. Experience of the world's leading companies proved that for continuous performance improvement ideas and suggestions for improvement from employees working in the "front line", the closest to internal processes and customers are necessary. So that proactive approach of employees become permanent and significant source of increasing innovation performance and competitiveness of the company, it is essential to increase their motivation to fulfil the objectives significantly and continuously improve their qualification. This is the only way for companies to fulfil its potential of its creative abilities. Personal potential and abilities of management to increase it and make full use of it as the most important factor of competitiveness and increasing performance determines survival and development of the company in the information age. Development of basic indicators characterizing development in this field has become an important measure of development of strategic company performance.

Key words

Personal potentials, development, innovation, measurement systems.

Kontaktní údaje

Ing. Ondřej Žižlavský, Ph.D.

Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra ekonomických studií

Tolstého 16, 586 01 Jihlava

tel.: +420 567 141 204

e-mail: ondrej.zizlavsky@vspj.cz

Diferenciace mezd mezi muži a ženami ve vybraných zemích

Petr Musil, Veronika Hedija

Vysoká škola polytechnická Jihlava, katedra ekonomických studií

Abstrakt

Cílem příspěvku je ukázat vývoj v rozdílu odměňování mužů a žen ve vybraných zemích a zjistit, zda existuje závislost velikosti mzdové mezery na ekonomické úrovni země, měřené jako HDP na hlavu podle parity kupní síly. Autoři si stanovují dvě hypotézy: první se týká očekávané velikosti mzdové mezery v jednotlivých zemích. Pro tyto účely jsou země rozčleněny do čtyř skupin, země severské, zbylé země EU-15, nové členské země EU-10, Bulharsko a Rumunsko. Autoři předpokládají, že v zemích, které již tradičně vytvářejí rovnoprávné prostředí (především severské země), bude mzdová mezera malá, či výrazně menší než v zemích, které takové prostředí teprve budují (tranzitivní ekonomiky). Druhá hypotéza se týká závislosti velikosti mzdové mezery na ekonomické úrovni dané země. Autoři očekávají, že mezi vyšší mzdové mezery a ekonomickou úrovní existuje nepřímá úměra, tedy že země bohatší budou vykazovat menší rozdíly ve mzdách mužů a žen. Této aplikační části bude předcházet část teoretická, ve které budou definovány pojmy jako mzdová mezera, mzdová diskriminace, případně představeny teoretické modely, které rozdílné odměňování mužů a žen vysvětlují a budou zmíněni autoři, kteří až dosud nejvýznamněji přispěli ke zkoumání mzdových rozdílů mezi muži a ženami.

Klíčová slova

Evropská unie, mzdová diskriminace, mzdová mezera, Oaxaca-Blinderův rozklad.

Úvod

Otázka rozdílné úrovně odměňování mužů a žen je otázkou často diskutovanou. Tyto diskuse se neodvíjejí pouze na poli ekonomie, ale i jiných společenských věd, především sociologie či psychologie. Rozdíly ve mzdových úrovních mužů a žen se v několika posledních letech také velmi diskutují v rámci poměrně mladého vědního oboru, který se zabývá genderovými studii (gender studies).

Ekonomická teorie má mezi zmíněnými obory jistou výhodu, protože se mzdové rozdíly mužů a žen snaží vysvětlit pomocí čistě pozitivních metod, bez normativních soudů, a to navzdory faktu, že mzdová diferenciace mužů a žen je společensky citlivá otázka.

Cílem příspěvku je ukázat vývoj v rozdílu odměňování mužů a žen ve vybraných zemích a následné nalezení skupin zemí, které mají mzdovou mezera významně

shodnou. Autoři si stanovují hypotézu, že v zemích, kde má antidiskriminační zákonodárství, respektive antidiskriminační atmosféra ve společnosti, dlouhou tradici, bude mzdová mezera mezi muži a ženami menší, než v zemích, které takový tlak začaly vytvářet později, nebo teprve v posledních několika letech. Nabízí se tak několik možností srovnání: méně podrobné členění na „staré“ členské země EU (tedy země EU před rozšířením v roce 2004) a „nové“ členské země EU (tedy země, které EU rozšířily v roce 2004 a později), nebo členění podrobnější, a to na země skandinávské (včetně Norska a Dánska), které jsou známy svým důrazem na rovnoprávnost obou pohlaví, dále zbylé země evropské patnáctky, třetí skupinu zemí by tvořily země střední Evropy, čtvrtou pobaltské státy a poslední porovnávanou skupinu by tvořilo Bulharsko a Rumunsko.

Empirické analýze bude předcházet analýza teoretická, ve které budou představeny vybrané teoretické modely, které rozdílnou úroveň v odměňování mužů a žen vysvětlují. Jedná se především o mikroekonomické modely mzdové diskriminace. V neposlední řadě pak budou shrnuty nejvýznamnější příspěvky k dosavadnímu stavu poznání problematiky mzdové diferenciaci mužů a žen.

Současný stav poznání dané problematiky

V ekonomických učebnicích se lze běžně setkat se základními modely (budou popsány níže), které poukazují na odlišnost v odměňování podle pohlaví. Dá se také říci, že do jisté míry tuto odlišnost i vysvětlují. Nedostatek těchto modelů však spočívá především v tom, že je nelze smysluplně aplikovat, tedy že nedávají návod k tomu, jak v praxi zjistit, do jaké míry je mzdová diference mezi muži a ženami oprávněná (právě díky různé kvalitě lidského kapitálu), a do jaké míry se jedná o diskriminaci. V této části představíme nejvýznamnější příspěvky, ve kterých se autoři snažili zjistit právě onu míru mzdového rozdílu, který nelze vysvětlit jinak, než efektem diskriminace.

Za mzdovou diskriminaci lze tedy považovat situaci, kdy jedinci, patřící k různé demografické skupině, jsou bez objektivních příčin rozdílně hodnoceni (Hedija, Musil, 2010). Aby však bylo možné zjistit, do jaké míry jsou mzdové rozdíly oprávněné a do jaké míry jsou neoprávněné, tedy diskriminační, je třeba uplatnit efektivní metodu. Za takovou metodu lze považovat tzv. Oaxaca-Blinderův rozklad.

Rozklad vychází z prací Oaxacy (1973) a Blindera (1973), kteří nezávisle na sobě rozložili mzdovou mezeru mužů a žen na dvě složky. Složku způsobenou rozdílným lidským kapitálem a složku způsobenou diskriminací.

$$\ln(\bar{W}_m) - \ln(\bar{W}_f) = (\bar{X}_m - \bar{X}_f) \cdot \hat{\beta}_m + (\hat{\beta}_m - \hat{\beta}_f) \cdot \bar{X}_f$$

Kde \bar{W}_m je průměrná mzda mužů, \bar{W}_f je průměrná mzda žen, \bar{X}_m jsou vybrané charakteristiky mužů, \bar{X}_f značí vybrané charakteristiky žen, a $\hat{\beta}_m, \hat{\beta}_f$ jsou koeficienty mzdových funkcí mužů a žen.

Výraz $\ln(\bar{W}_m) - \ln(\bar{W}_f)$ je relativní mzdová mezera, vyjádřená jako podíl difference průměrné mzdy mužů a žen na mzdě mužů. Výraz $(\bar{X}_m - \bar{X}_f) \cdot \hat{\beta}_m$ je část mzdové mezery vysvětlená rozdílným vybavením mužů a žen (vypovídá o mzdovém rozdílu za předpokladu neexistence diskriminace), výraz $(\hat{\beta}_m - \hat{\beta}_f) \cdot \bar{X}_f$ je nevysvětlená část mezery. Vypovídá o mzdovém rozdílu za předpokladu, že muži a ženy by měli stejné charakteristiky.

V odborné literatuře jsou pro jednotlivé části dekompozice užívána rozdílná označení. Například Oaxaca (1973) první část mezery označuje jako efekt rozdílných charakteristik jednotlivců (effects of differences in individual characteristics) druhou část jako efekt diskriminace (effects of discrimination). Blinder (1973) hovoří o části rozdílů přiřítané rozdílnému vybavení (portion of differential attributable to differing endowments), a části vyvolané diskriminací (portion of the differential attributable to discrimination). Beblo et al. (2003) rozlišuje mezi efektem vybavení (endowment effect) a efektem odměny (remuneration effect). Jacobsen (2003) hovoří o vysvětlené a nevysvětlené části mzdových rozdílů.

Odhad mzdové mezery v České republice, Polsku a Maďarsku s užitím Oaxaca-Blinderova rozkladu můžeme najít například ve studiích Mysíková (2007), Adamchik a Bedi (2001) a Jolliffe a Campos (2005). Mysíková (2007) užívá Oaxaca-Blinderův rozklad na dekompozici mzdové mezery v České republice v roce 2005. Adamchik a Bedi (2001) zkoumají výši efektu diskriminace v Polsku v období 1993–1997. Pracují s 9 vysvětlujícími proměnnými mzdových rozdílů mužů a žen. Odhad diskriminační složky mzdové mezery v Maďarsku můžeme najít ve studii Jolliffe a Campos (2005).

Oaxaca-Blinderův rozklad patří k nejužívanějšímu způsobu dekompozice genderové mzdové mezery. Studie, které pracují s Oaxaca-Blinderovou metodou, se značně liší a liší se také jejich závěry. Důvodů je více.

Jedním z nich je samozřejmě rozdílný panel dat, s nimiž je pracováno. Dále také fakt, že autoři studií pracují s rozdílnými mzdovými funkcemi, kdy zahrnuté vysvětlující proměnné či způsob práce s nimi se liší. Nicméně závěry empirických prací potvrzují, že rozdílný lidský kapitál v podobě vzdělání a zkušenosti vysvětluje ve vyspělých tržních ekonomikách jen nepatrnou část existující mzdové mezery mezi muži a ženami. Významnější část mzdových rozdílů je vysvětlena horizontální a vertikální segregací. Tedy koncentrací žen v méně placených odvětvích a na pozicích s nižší mírou pravomocí a odpovědnosti a tedy hůře placených. Významnou roli hraje také rodinná situace.

Závěry jednotlivých studií jsou také ovlivněny pojetím rovnovážné mzdy, která vstupuje do rozkladu. Empirické studie ukazují, že pokud je, po vzoru Blindera (1973), jako rovnovážná mzda brána mzda mužů, je efekt diskriminace ve většině případů nižší, než za situace, kdy je za rovnovážnou mzdu považována mzda žen (Elder et al. (2009), Oaxaca (1973), Gonzáles (2005), Adamchik-Bedi (2001)). Neumark (1988) a Ashraf a Ashraf (1993) dospívají k závěru opačnému.

Mikroekonomické modely rozdílné mzdové úrovně mužů a žen

Pokud je řeč o rozdílné mzdové úrovni žen a mužů, pak se celkem často takový rozdíl považuje za nijak neodůvodněný, nespravedlivý, a tedy automaticky diskriminační. Existují teoretické modely, které tuto tezi potvrzují (tedy že mzdové rozdíly mezi muži a ženami jsou diskriminací), ale i modely, které různé odměňování mužů a žen zaměstnavatelem považují za racionální a zisk zvyšující (oproti situaci bez mzdových rozdílů). Podívejme se tedy na tyto modely.

První z modelů vychází z toho, že rovnovážná mzda je mzdou mužů. Ta je dána funkcí příjmů z mezního produktu práce, respektive tržní rovnovážná mzda je dána vztahem:³

$$MRP_L = W_M, \text{ kde:}$$

W_M ... mzdová sazba mužů

Mzdová sazba žen se pak odvíjí od výše mzdové sazby mužů a je ponížena o rozdíl v produktivitě (d) oproti mužům. Tento rozdíl je dán subjektivním pocitem zaměstnavatele, který předpokládá, že produktivita práce žen je nižší než produktivita práce mužů. Pro rovnovážnou mzdu žen (W_F) tedy platí:

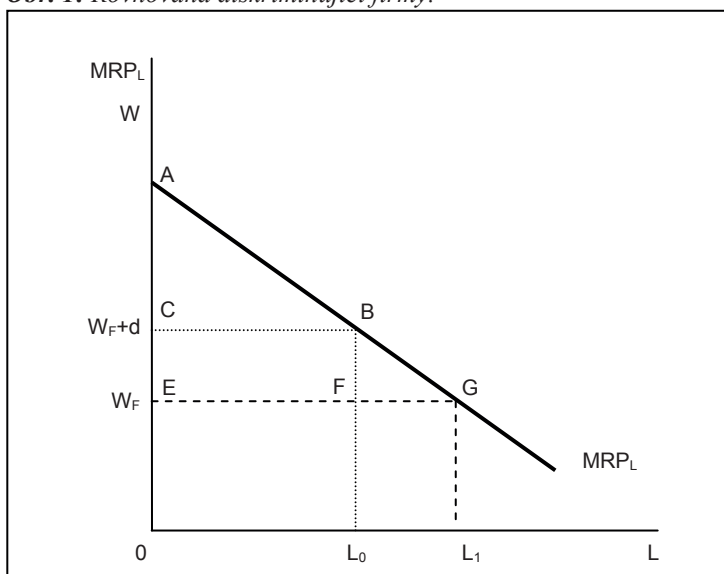
$$W_F = MRP_L - d$$

a tedy:

$$W_F = W_M - d$$

Jak tedy bude vypadat rovnováha firmy, která bude uplatňovat mzdovou diskriminaci žen?

Obr. 1: Rovnováha diskriminující firmy.



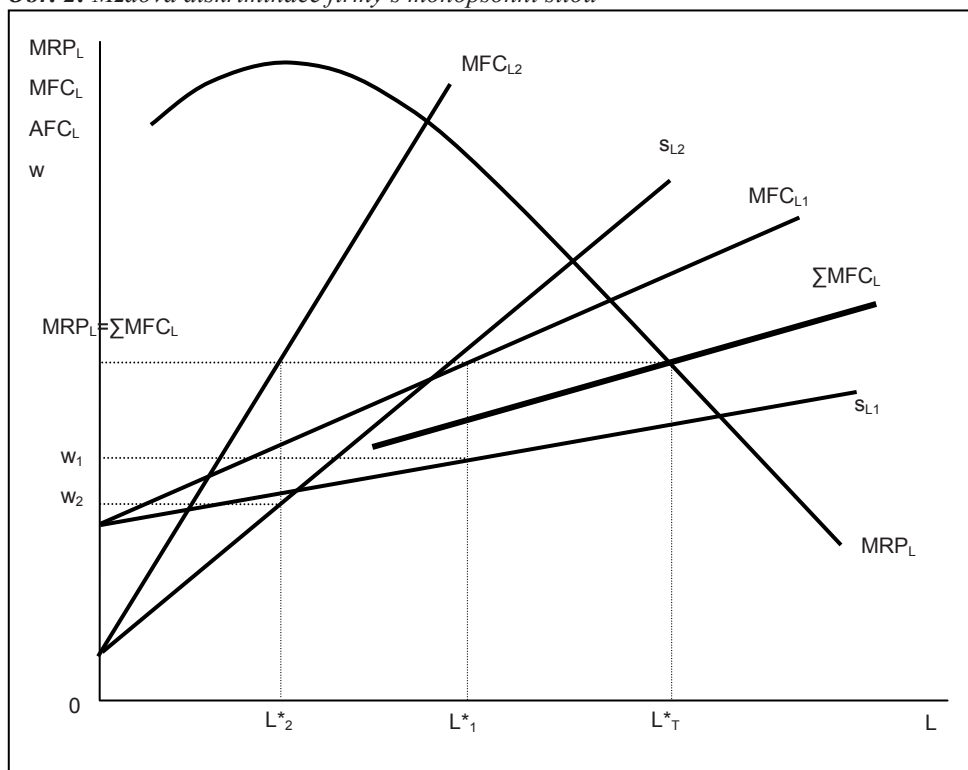
Zdroj: Ehrenberg, Smith (2003)

³ Jedná se o model převzatý z Ehrenberg, Smith (2003)

Diskriminující firma bude chtít najímat množství ženské pracovní síly na úrovni L_0 , což odpovídá rovnovážné mzdě mužů a úrovni zaměstnanosti, při které by firma maximalizovala zisk, pokud by poptávala práci mužů. Jelikož ale najímá práci žen, je ochotna zaplatit pouze mzdu na úrovni W_F . Rovnováha firmy se tedy nachází v bodě F, což však nepředstavuje optimální situaci, neboť při mzdové sazbě W_F by firma maximalizovala zisk v bodě G, tedy při vyšší úrovni zaměstnanosti žen. Nemá-li tedy firma možnost ovlivnit výši mzdové sazby, a ta je na úrovni W_F , pak se diskriminující firma vzdává části zisku, který by jinak dosahoval obsahu plochy AEG. Pokud by však rovnovážná tržní mzda dosahovala úrovně W_F+d a firma provádí mzdovou diskriminaci, pak je její zisk větší než kdyby nediskriminovala. Přírůstek zisku diskriminující firmy lze v takovém případě znázornit plochou CBFE.

Druhý z poměrně známých modelů, který vysvětluje genderovou mzdovou mezeru je model mzdové diskriminace firmy s monopsonní silou.⁴

Obr. 2: Mzdová diskriminace firmy s monopsonní silou



Zdroj: Soukupová et al. (2003)

Mzdová diskriminace firmy, která nakupuje práci na nedokonalém konkurenčním trhu je jedním z možných důsledků faktu, že taková firma disponuje určitou monopsonní silou, tedy schopností ovlivnit mzdovou sazbu ve smyslu jejího stanovení pod úrovní funkce mezních nákladů na práci. Jde o období cenové diskriminace třetího stupně na trhu finální produkce.

⁴ Model je převzatý z Soukupová et al. (2003)

Aby firma mohla mzdově diskriminovat, musí být splněny v zásadě stejné podmínky jako u cenové diskriminace třetího stupně na trhu výstupu, tedy:

- firma musí být schopna jí vznikající nabídku práce rozdělit alespoň na dva segmenty, a to podle mzdové elasticity jednotlivých nabídek práce,
- pracovní síle nesmí být umožněno mezi těmito segmenty libovolně fluktuovat.

Nabízí se, že nejspíše se bude mzdová diskriminace provádět při rozdělení pracovní síly na muže a ženy. Model stojí na předpokladu, že ženy mají nabídku práce zpravidla méně mzdově elastickou než muži. To má následující dopady.

Nabídka práce s_{L1} na obrázku 2 má větší mzdovou elasticitu, řekněme, že jde o nabídku práce mužů. Nabídka práce s_{L2} s nižší mzdovou elasticitou představuje nabídku práce žen. Firma chce maximalizovat svůj zisk, a tak celkové poptávané množství práce odvozuje z průsečíku funkce MRP_L a $\sum MFC_L$, která představuje horizontální součet funkcí MFC_L , odvozených z jednotlivých nabídek práce. Celkové množství najímané práce sledovanou firmou bude na úrovni L^*_T .

Jak bude toto množství práce firmou rozděleno mezi muže a ženy. To získáme tak, že průsečík MRP_L a $\sum MFC_L$ vyneseme na příslušné funkce MFC_L jednotlivých nabídek práce. Mzdové sazby získáme dosazením jednotlivých množství práce do příslušných nabídek. Firma tedy bude najímat L^*_1 mužů za mzdovou sazbu w_1 a L^*_2 žen za mzdovou sazbu w_2 , která je nižší než u mužů.

Oba zmíněné modely dokážou do jisté míry vysvětlit mzdovou mezeru mužů a žen. Přesněji řečeno, vysvětlují pouze část této mzdové mezery, a to část, která může být bez pochyby přičtena diskriminaci

V realitě se však mzdy mužů a žen nutně nemusí lišit pouze proto, že zaměstnavatel trpí předsudky vůči ženám, a proto jim je ochoten platit nižší mzdu. Skutečnost bude spíše taková, že mzdové rozdíly jsou z určité části odůvodnitelné různou produktivitou, respektive různou úrovní lidského kapitálu daného zaměstnance, a tedy různě vysokým přínosem pro sledovanou firmu; a z části je lze přičíst diskriminaci. To je zásadním nedostatkem výše uvedených modelů.

Zkoumaná problematika a použité metody

V následujícím textu podrobíme analýze genderovou mzdovou mezeru (gender pay gap – GPG) ve vybraných zemích. Budeme pracovat s hypotézou, že v zemích, kde je tradičně kladen důraz na rovnoprávnost mezi muži a ženami je genderová mzdová mezera menší než v zemích, kde takový důraz není. Oním důrazem budeme mít na mysli jednak tradici, tlak veřejného mínění, ale i antidiskriminační legislativu, podle níž je nepřipustné, aby byli pracovníci za stejnou vykonanou práci odměňováni různě vysokou mzdou pouze na základě odlišnosti pohlaví či jiných charakteristik, které však nemají nic do činění s kvalitou lidského kapitálu (tedy vzděláním, zkušenostmi a celkově produktivitou práce).

V analýze se zaměříme na vybrané Evropské země, které rozdělíme do několika skupin. První skupinu budou tvořit čtyři severské země, tedy Švédsko, Finsko, Norsko

a Dánsko. Tyto země jsou obecně známy svým rovnoprávným přístupem k mužům a ženám v oblasti pracovního trhu, tedy i v odměňování. Druhou skupinu zemí budou tvořit zbylé země Evropské unie před jejím rozšířením v roce 2004, tedy zbylé země bývalé „evropské patnáctky“. Důvodem takto vybrané skupiny je skutečnost, že tyto země se již poměrně dlouhou dobu nachází v zóně, která je považována za prostředí s vyspělou tržní ekonomikou včetně dlouhodobého podílení se na tvorbě prostředí, kde mají mít všichni rovné šance. Třetí skupinu zemí tvoří deset zemí, které se k Evropské unii připojily v roce 2004, tedy země, které pravidla Evropské unie začaly intenzivně přejímat daleko později než země evropské patnáctky. Čtvrtou skupinu tvoří pouze dvě země, a to Rumunsko a Bulharsko, které se staly prozatím posledními členskými zeměmi EU, a dá se tedy předpokládat, že v těchto zemích by genderová mzdová mezera měla být největší.

Kromě rozdělení zemí do skupin podle kvality prostředí pracovního trhu se také pokusíme ověřit, zda existuje korelace mezi ekonomickou úrovní a genderovou mzdovou mezerou. Vyslovujeme hypotézu, že by tato korelace měla být nepřímo úměrná, tedy že čím je daná země ekonomicky vyspělejší (čím vyšší ekonomická úroveň), tím menší by mzdová mezera měla být.

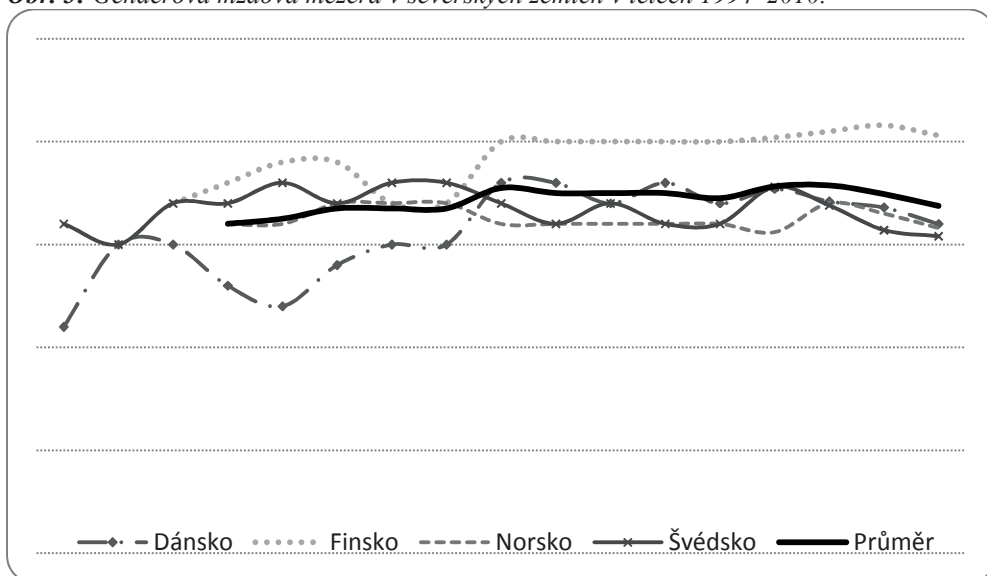
Pro měření genderové mzdové mezery budeme vycházet z metodiky Eurostatu, který ji měří jako procentní rozdíl průměrné hrubé hodinové mzdy mužských a ženských zaměstnanců, kdy konkrétní údaj nám říká, o kolik procent menší je hrubá hodinová mzda ženských zaměstnanců nižší než hrubá hodinová mzda mužských zaměstnanců. Snažili jsme se tuto mzdovou mezeru co nejvíce agregovat (tj. ideálně za celé národní hospodářství), nicméně nejagregovanější data Eurostat nabízí pouze za průmysl, stavebnictví a služby, ale bez zaměstnanců veřejné správy, obrany a systému povinného sociálního zabezpečení. Můžeme tedy říci, že data ukazují genderovou mzdovou mezeru v soukromém sektoru bez primární sféry (tedy bez zemědělství, lesnictví, rybolovu a těžby surovin).

Pokud jde o období, které jsme pro analýzu mzdové mezery zvolili, snažili jsme se podchytit co nejdelší vývoj mzdové mezery v čase. Zde jsme však narazili na problém, že u některých zemí jsou data dostupná již za rok 1994, u jiných však až za rok 2001 (např. Bulharsko). To by pro vypovídací schopnost analýzy však nemuselo představovat velký problém. Nejnovější data se u všech zemí týkají roku 2010. U každé analyzované skupiny zemí bude sledované období specifikováno.

Pro měření ekonomické úrovně využijeme přepočtení HDP na hlavu podle parity kupní síly, abychom zohlednili rozdílnost cenových hladin v jednotlivých zemích a tím získali co nejpřesnější obrázek ekonomické vyspělosti zkoumaných zemí, a aby následná souvislost se zjištěnou genderovou mzdovou mezerou měla lepší vypovídací schopnost.

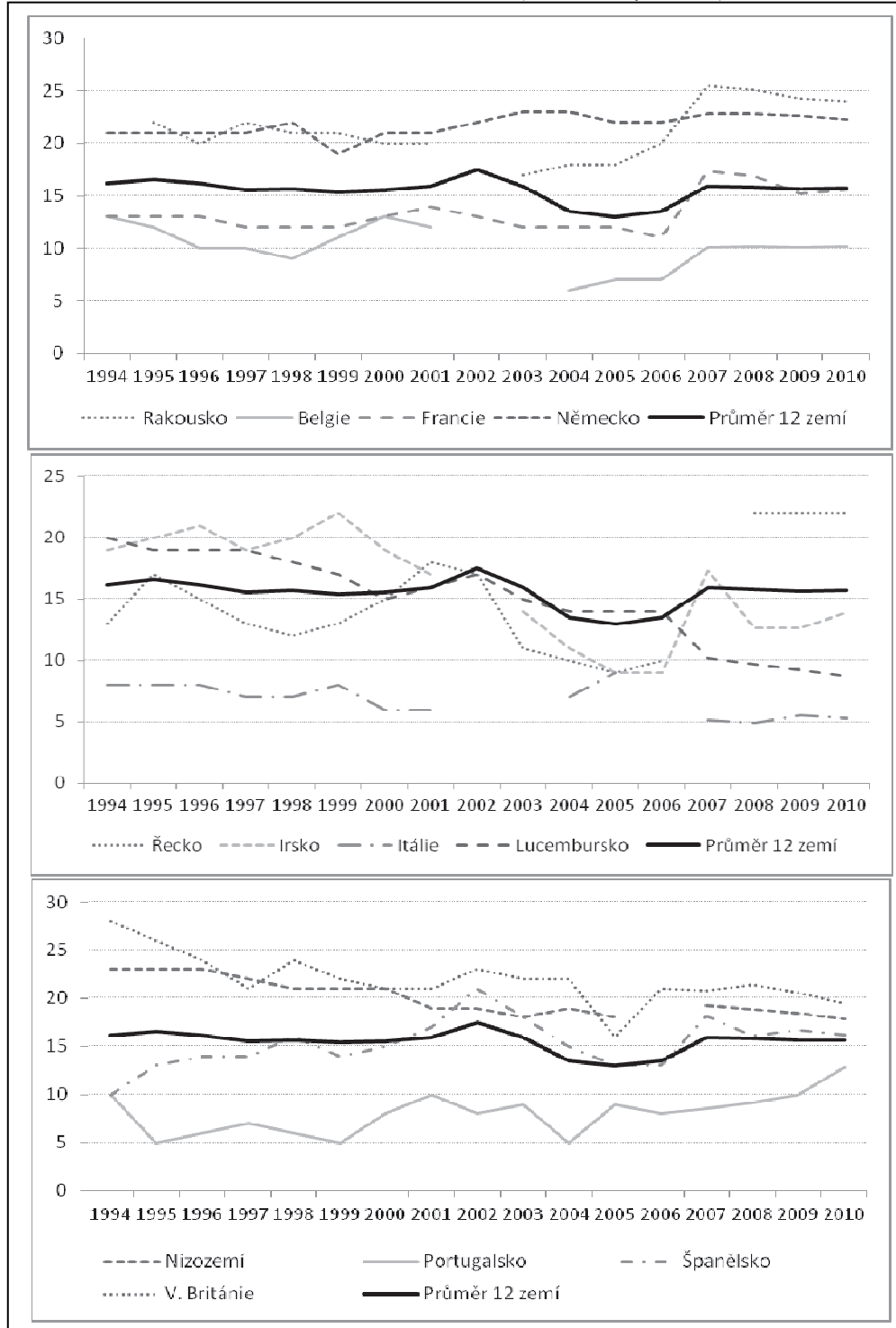
Výsledky

Nyní budeme analyzovat jednotlivé skupiny zemí podle jejich genderové mzdové mezery. První skupinu zemí tvoří severské země, tedy Švédsko, Finsko, Norsko a Dánsko.

Obr. 3: Genderová mzdová mezera v severských zemích v letech 1994–2010.

Zdroj: Eurostat (2013), vlastní výpočty

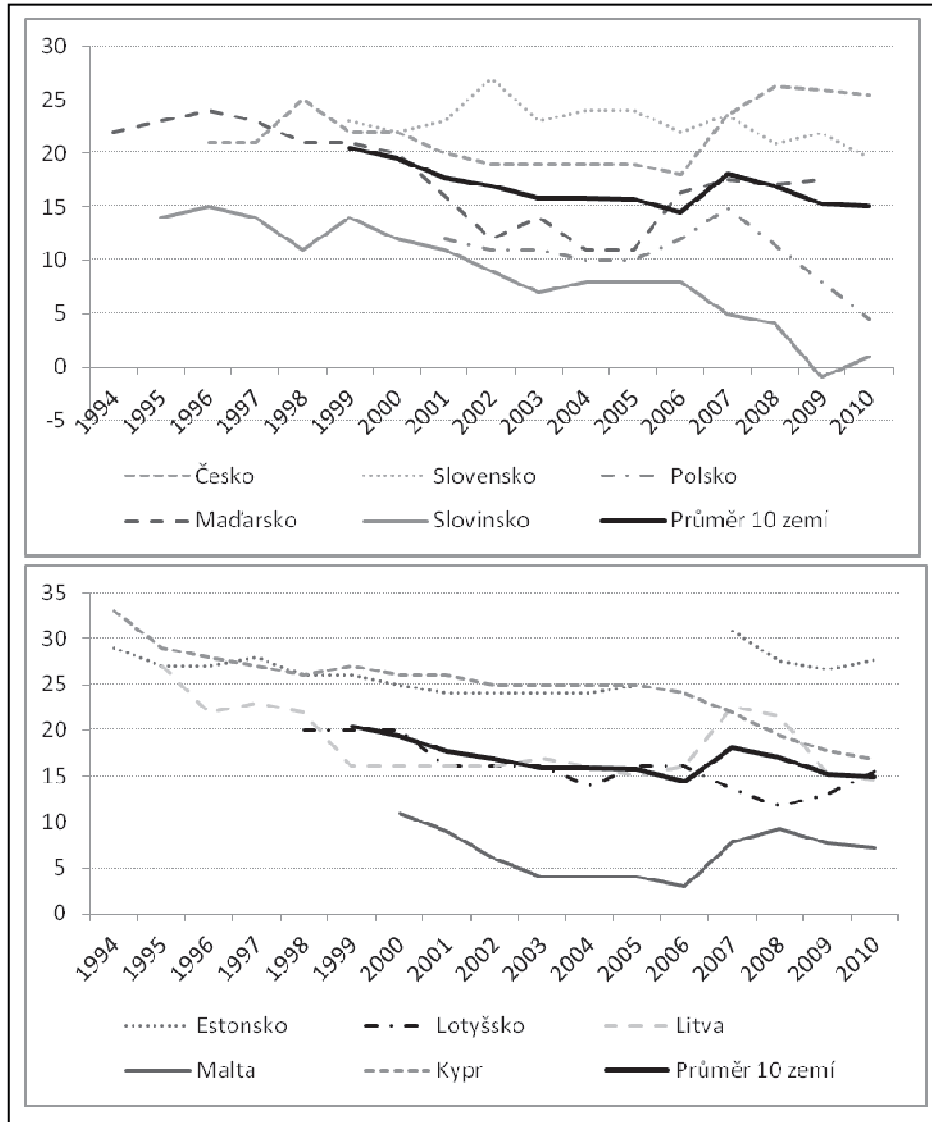
Ačkoli jsme předpokládali, že v severských zemích bude mzdová diference mezi muži a ženami malá až zanedbatelná, data v obrázku 3 ukazují, že průměrná mzdová mezera dlouhodobě dosahuje úrovně 17 procentních bodů. To tedy znamená, že v severských zemích mají ženy v soukromém sektoru dlouhodobě v průměru o 17 % nižší mzdy než jejich mužští kolegové. Největší mzdová mezera se pak vyskytuje ve Finsku, nejmenší v Dánsku, respektive v posledních letech v Norsku.

Obr. 4: Genderová mzdová mezera v zemích EU-15 (bez severovýchodních zemí) v letech 1994–2010.

Zdroj: Eurostat (2013), vlastní výpočty

Obrázek 4 zobrazuje vývoj genderové mzdové mezery ve zbývajících zemích evropské patnáctky. A i zde najdeme poměrně překvapivé výsledky. Podíváme-li se například na Německo či Rakousko, zjišťujeme, že tamní mzdová mezera se pohybovala o 5 až 10 procentních bodů nad průměrem této sledované skupiny zemí. To se dá přičíst například nižší pracovní participaci žen, která v Rakousku a Německu dosahovala v období 2008–2012 mezi 50 a 55 %, zatímco například v Nizozemí činila i více než 60 %. Nižší míra pracovní participace žen může znamenat, že ženy se kratší dobu účastní pracovního trhu, a tudíž jejich lidský kapitál není tak rozvinutý jako u mužů. To by potom znamenalo, že určitá část mzdové mezery je tzv. „oprávněná“. Zatímco v zemích, kde je míra pracovní participace vyšší, případně srovnatelná s muži, je lidský kapitál žen více srovnatelný s lidským kapitálem mužů. Pak je i mzdová mezera menší, o to víc lze pak ale mzdový rozdíl považovat za nevysvětlený, a tedy diskriminační. Nelze tedy jednoznačně říci, že když je v Rakousku větší genderová mzdová mezera než v Nizozemí, že rakouské ženy jsou v odměňování více diskriminovány než ženy nizozemské. Co se týče průměrné výše mzdové mezery u této skupiny zemí, pak ve sledovaném období dosahoval úrovně kolem 16 procentních bodů, což je srovnatelné se severskými zeměmi.

Třetí skupinu sledovaných zemí tvoří státy, které do Evropské unie vstoupily v roce 2004, tedy země střední Evropy, pobaltské státy a ostrovní země Malta a Kypr.

Obr. 5: Genderová mezera v zemích EU-10 v letech 1994–2010.

Zdroj: Eurostat (2013), vlastní výpočty

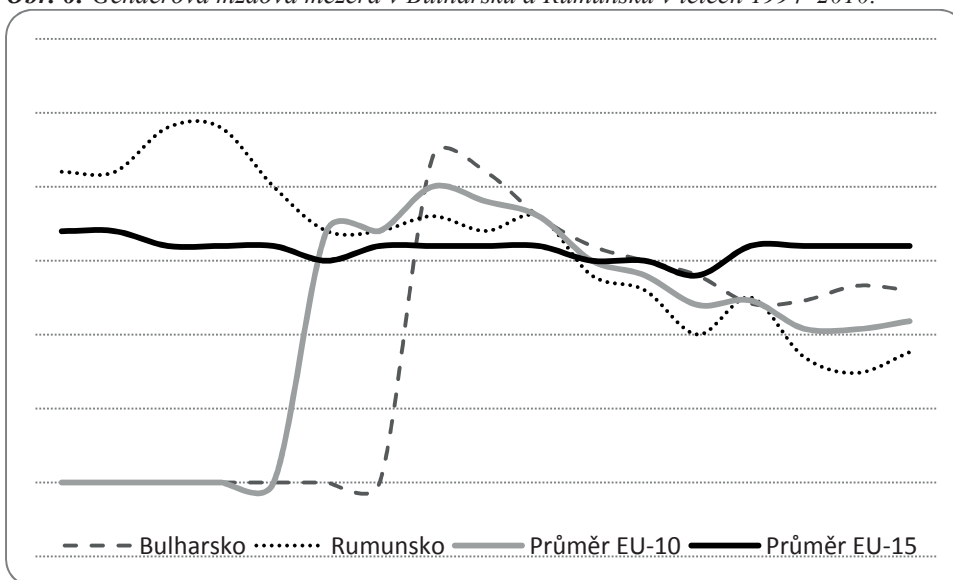
Podobně jako u obrázku 4, i zde jsme země z důvodu lepší přehlednosti rozdělili do více skupinek. První skupinku (v horní části obrázku 5) tvoří země střední Evropy a Slovinsko, v dolní části obrázku 5 pak najdeme skupinku pobaltských a ostrovních států. Zatímco země střeoevropské a Slovinsko ve svých mzdových mezerách divergují, tak země vyobrazené v dolní části obrázku 5 naopak konvergují. U obou skupinek zemí je však patrný klesající trend ve mzdové mezeře, což je rozdíl oproti předchozím skupinám zemí.

Co je také velmi zajímavé, je mírně nižší průměrná hodnota genderové mzdové mezery (o 1 – 2 procentní body v posledních letech) ve srovnání se zeměmi EU-15. Příčiny tohoto faktu nejsou zcela jednoznačné, nicméně bychom mohli částečně odpovědět

již zmiňovanou mírou pracovní participace. Země bývalého socialistického bloku totiž obecně vykazují vyšší míru pracovní participace, než země standardních tržních ekonomik, a to i v případě žen. Dá se tedy předpokládat, že lidský kapitál žen v těchto zemích je více rozvinutý (relativně vůči lidskému kapitálu mužů) než v zemích západních. Kromě toho i vyšší účast žen na pracovním trhu může vést k hojnějšímu zastoupení žen na lépe placených pozicích a nemusí se zde tedy v takové míře projevovat vertikální segregace (tj. na lépe placených místech častěji muži, zatímco na hůře placených místech častěji ženy). Zdali je však tento faktor natolik významný při vysvětlení menší mzdové mezery v tranzitivních ekonomikách ve střední Evropě by stálo za další výzkum. Za povšimnutí stojí vývoj ve Slovinsku, kde v posledních letech sledovaného období již téměř žádná mzdová mezera neexistovala, ba dokonce v roce 2009 byly ženy placeny lépe než muži.

Poslední dvě země, ve kterých jsme pozorovali mzdovou mezeru mezi muži a ženami, jsou Bulharsko a Rumunsko, kde jsme předpokládali mezeru největší.

Obr. 6: Genderová mzdová mezera v Bulharsku a Rumunsku v letech 1994–2010.

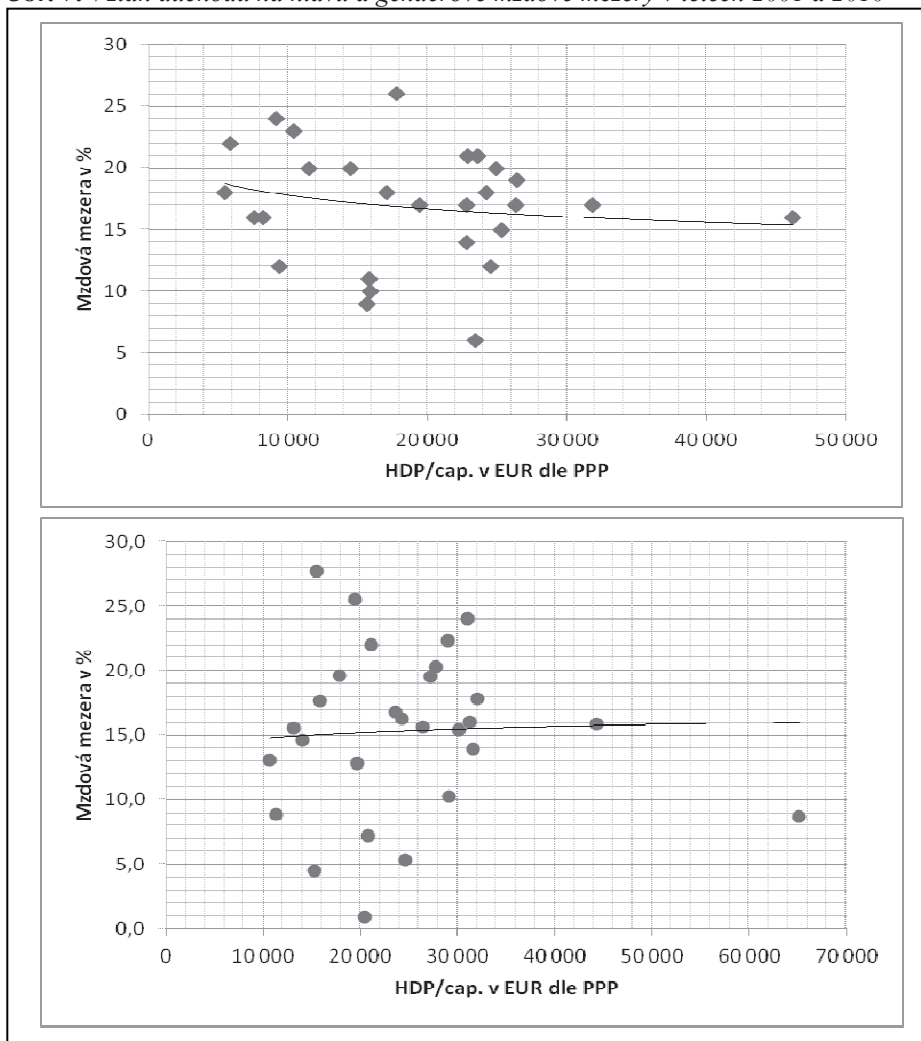


Zdroj: Eurostat (2013), vlastní výpočty

Pokud se ale podíváme na zjištěné údaje, pak vidíme, že v obou sledovaných zemích se mzdová mezera zmenšuje a navíc se v posledních cca 5 letech nachází pod průměrem EU-15, a to poměrně hluboko (o cca 7 procentních bodů níže). Jestliže výsledek Bulharska a Rumunska porovnáme s výsledkem zemí EU-10, pak můžeme vidět, že vývoj Bulharska a Rumunska je naprosto srovnatelný s ostatními tranzitivními ekonomikami.

Poslední aspekt, kterým se v tomto příspěvku budeme zabývat, je souvislost mezi velikostí genderové mzdové mezery a ekonomickou úrovní. Vyslovili jsme hypotézu, že čím je daná země ekonomicky vyspělejší (čím vyšší HDP na hlavu podle parity kupní síly), tím menší by genderová mzdová mezera měla být. Při formulaci této hypotézy jsme vyšli z konstrukce známé Kuznětsovy environmentální křivky,

kteřá zobrazuje souvislost mezi ekonomickou úrovní země a mírou znečištění životního prostředí. Tato křivka je obecně zobrazována ve tvaru obráceného písmene U, což značí, že do určité úrovně HDP na hlavu míra znečištění roste a poté začne s dalším růstem HDP na hlavu klesat. To je vysvětlováno tak, že čisté životní prostředí je do určité úrovně HDP méněcenným statkem, kdy lidé při nízkých úrovních důchodu na hlavu preferují uspokojení základních životních potřeb a až od určité úrovně důchodu začnou uspokojovat další potřeby, jako je potřeba mít kvalitní životní prostředí. Jakmile je tato kritická úroveň HDP na hlavu překročena, začne se životní prostředí „chovat“ jako luxusní statek, kdy poptávka po něm roste rychleji než důchod na hlavu. Domníváme se, že u genderové mzdové mezery by tento vztah mohl být podobný. Drobný rozdíl je v tom, že neshledáváme důvod k tomu, aby s rostoucím důchodem na hlavu nejprve docházelo k rozevírání nůžek mezi mzdami žen a mužů, ale že existuje nějaký výchozí stav genderové mzdové mezery, která by se s rostoucím důchodem na hlavu měla snižovat. Tento výchozí stav můžeme zdůvodnit například tím, že se v minulosti ve společnosti vytvořily jisté stereotypy a předsudky, dle kterých má zkrátka muž vydělávat více peněz než žena. Následující obrázek proto zobrazuje vztah mezi úrovní důchodu na hlavu a genderovou mzdovou mezerou ve všech 28 sledovaných zemích (tj. EU a Norsko), a to v roce 2001 (horní část) a 2010 (dolní část).

Obr. 7: Vztah důchodu na hlavu a genderové mzdové mezery v letech 2001 a 2010

Zdroj: Eurostat (2013), vlastní výpočty

Z uvedeného obrázku nelze vyvodit jednoznačný závěr, zda je naše hypotéza potvrzena či vyvrácena. V horní části obrázku představují jednotlivé body pozici sledovaných zemí v závislosti na tom, jaká se zde v roce 2001 nacházela genderová mzdová mezera a jaká byla ekonomická úroveň dané země. Pokud sledovanými body proložíme trendovou linii (logaritmický trend), pak je zde patrná mírná nepřímá úměra mezi sledovanými veličinami, tedy že čím je daná země bohatší, tím menší je mzdový rozdíl mezi muži a ženami.

Ve spodní části obrázku vidíme tatáž data v týchž zemích, ale pro rok 2010. Zde již tato nepřímá úměra není jednoznačná. Spíše se zdá, že výše mzdové mezery je nezávislá na úrovni důchodu na hlavu. Jistou výjimkou je Lucembursko, které dosahuje výrazně vyšší ekonomické úrovně než ostatní země a tamní mzdová mezera se nachází také výrazně pod průměrem sledovaných zemí.

Jsme si samozřejmě také vědomi faktu, že výsledky v obrázku 7 nemají příliš vysokou vypovídací schopnost. Je to dáno tím, že jsme neměli k této analýze dostatečný počet dat, respektive zvolili jsme ta období, ve kterých je naměřených dat k dispozici nejvíce. Proto je třeba obrázek 7 brát víceméně za pouhý pokus, případně námět k tomu, kam by se mohl výzkum v dané oblasti v budoucnu ubírat.

Závěr

V příspěvku jsme se snažili čtenáře seznámit s problematikou rozdílného odměňování mužů a žen. Představili jsme mikroekonomické modely, které teoreticky vysvětlují, proč k rozdílnému odměňování mužů a žen dochází. Dále jsme představili nejvýznamnější autory a jejich příspěvky, které se až dosud zabývaly zkoumáním genderové mzdové mezery. Na to jsme navázali představením empirických dat ve vybraných zemích, která zobrazují vývoj genderové mzdové mezery mezi lety 1994 až 2010. Použili jsme data zaměstnanců, kteří pracují na plný úvazek v průmyslu, stavebnictví a službách, s vyloučením veřejné správy, obrany a povinného systému sociálního zabezpečení. Sledované země jsme rozdělili do čtyř skupin: severské země, zbylé země EU-15, nové členské země EU-10, a Bulharsko a Rumunsko. Dále jsme všechny skupiny mezi sebou porovnávali a snažili se ověřit formulovanou hypotézu. V neposlední řadě jsme se snažili nalézt závislost mezi výší mzdové mezery a ekonomickou úrovní v dané zemi.

Pracovali jsme se dvěma hypotézami. První se týkala očekávané velikosti genderové mzdové mezery ve vybraných zemích. Předpokládali jsme, že země, které bývají často označovány za „nejrovnoprávnější“ z hlediska rovnoprávnosti mezi pohlavími, bude tato mzdová mezera nejmenší. Naopak u zemí, které se staly členy Evropské unie daleko později (ať už v roce 2004 či 2007) jsme předpokládali mzdovou mezera větší. Tato hypotéza se ovšem nepotvrdila. Zjistili jsme, že větší mzdová mezera je vykazována právě v zemích „staré“ evropské patnáctky, včetně severských zemí, zatímco mzdová mezera v nových členských zemích EU je v průměru o několik procentních bodů nižší. To může mít v zásadě dvojí vysvětlení. Buď jsou v zemích EU-15 ženy v odměňování více diskriminovány než v nových členských zemích, nebo je lidský kapitál žen v těchto zemích méně rozvinutý ve srovnání s muži, než v nových členských zemích. Významným faktorem také může být rozdíl v účasti žen na trhu práce, která je v postsocialistických zemích obecně vyšší než v zemích západních. To ovšem nekoresponduje se situací v severských zemích, kde míra pracovní participace žen dosahuje srovnatelné úrovně, někde i vyšší, než v postsocialistických zemích.

Druhá hypotéza se týkala závislosti genderové mzdové mezery na úrovni HDP na hlavu podle parity kupní síly. Očekávali jsme, že s rostoucím důchodem na hlavu se mzdová mezera bude zmenšovat, tedy, že země bohatší budou vykazovat menší rozdíly v odměňování mužů a žen. Tuto hypotézu jsme opírali o předpoklad, že jsou-li země málo ekonomicky vyspělé, pak lidé preferují uspokojení základních potřeb a až s rostoucím důchodem na hlavu přichází na řadu zvýšená „poptávka“ po rovnoprávnosti mužů a žen odměňování nevyjímaje. Vzhledem k malému počtu získaných dat nemůžeme tuto hypotézu potvrdit ani vyvrátit.

Literatura

- [1] ADAMCHIK, V. A. – BEDI, A. S. (2001): Persistence of the Gender Pay Differential in a Transition Economy. Working Paper – General Series 349. Institute of Social Studies.
- [2] ASHRAF, J. - ASHRAF, B. (1993): Estimating the Gender Wage Gap in Rawalpindi City. The Journal of Development Studies, vol. 29, no. 2, pp. 365-376.
- [3] BEBLO, M., et al.(2003): Methodological Issues Related to the Analysis of Gender Gaps in Employment, Earnings and Career Progression. Project carried out for the European Commission Employment and Social Affairs DG, 2003.
- [4] BLINDER, A. (1973): Wage Discrimination: Reduced Form and Structural Estimates. The Journal of Human Resources, vol.8, No. 4, 1973, pp. 436-455.
- [5] EHRENBERG,R.G.– SMITH,R.S. (2003): Modern Labour Economics. Person International Edition, 2003.
- [6] ELDER, T. – GODDEERIS, J. – HAIDER, S. (2009): Unexplained gaps and Oaxaca-Blinder decompositions. Labour Economics, vol. 17 (2010), no. 1, pp. 284-290.
- [7] EUROSTAT (2013): On-line databáze dat genderové mzdové mezery.
- [8] HEDIJA, V. – MUSIL, P. (2010): Genderová mzdová mezera. CVKS working paper č. 12/2010. 2010.
- [9] JACOBSEN, J.P. (1994): The Economics of Gender. Blackwell Publishers Inc, 1994.
- [10] JOLLIFFE, D. – CAMPOS, N. F. (2005): Does market liberalization reduce gender discrimination? Econometric evidence from Hungary, 1986- 1998. Labour Economics, vol. 12, no. 1, pp. 1-22.
- [11] MYSÍKOVÁ, M. (2007): Trh práce žen: Gender Pay Gap a jeho determinanty. IES Working Paper 13/2007. IES FSV. Charles University.
- [12] NEUMARK, D. (1988): Employers' Discriminatory Behavior and the Estimation of Wage Discrimination. The Journal of Human Resources, vol. 13, no. 3, pp. 279-295.
- [13] OAXACA, R. (1973): Male-Female Wage Differentials in Urban Labour Markets. International Economic Review, vol. 14, no. 3, pp. 693-709.

Gender Wage Differences in the Specific Countries

Abstract

The goal of the paper is to introduce the development of the wage differences between men and women in specific countries, and to find out the functionality between the gender wage gap and GDP per capita (computed as PPP). The authors place two hypotheses: the first one says that we expect closer wage gap between men

and women in countries that traditionally push accent on the equal chances of men and women wages included. Therefore we split the selected countries into 4 groups – Nordic countries, the rest of the EU-15, new member states EU-10, and Bulgaria and Romania. The authors expect that in Nordic countries and in the rest of EU-15 countries would be the wage gap closer than in the new EU member states (or transition countries). The second hypothesis goes to find out the functionality between the gender wage gap and the level of per capita income. The authors expect that the higher level of per capita income, the closer the gender wage gap would be. This application part of the paper will be introduced with the theoretical one, placing some of the relevant theoretical models explaining the wage differences between men and women and introducing the most relevant papers and authors focusing on the research of the gender wage gap.

Key words

Wage discrimination, wage gap.

Kontaktní údaje

Ing. Petr Musil, Ph.D.
Katedra ekonomických studií
Vysoká škola polytechnická Jihlava
Tolstého 16
586 01 Jihlava
e-mail: petrmusil1977@gmail.com

Ing. Veronika Hedija, Ph.D.
Katedra ekonomických studií
Vysoká škola polytechnická Jihlava
Tolstého 16
586 01 Jihlava
e-mail: vhedija@seznam.cz

Optimalizace ve filmovém průmyslu

Vladislav Chýna

VŠE Praha, katedra ekonometrie

Abstrakt

V příspěvku je popsáno rozvržení výrobních prostředků s denní sazbou do jednotlivých pracovních dnů a to na příkladu logické hádanky – placení herců ve filmovém průmyslu. Úloha je vyřešena pomocí SW Lingo, zdrojový kód se nalézá v příloze článku.

Klíčová slova

Optimalizace, logická hádanka, filmový průmysl, Lingo, Dr. Ecco.

Úvod

Při vyslovení slov operační výzkum se většině studentů (ať již stávajících či minulých) zřejmě vybaví výrobní problém či úloha obchodního cestujícího (viz např. [5], [7], [8]), popřípadě hledání optimálních portfolií a jejich testování vzhledem ke zvoleným kritériím (viz např. [1], [6]), pokud pracují v oblasti finančnictví.

Úkolem našeho miniseriálu (předchozí díly viz [2],[3],[4]) je však představení optimalizace v úplně jiné oblasti – jako nástroje pro řešení logických hádanek a hlavolamů. Tyto úlohy pak mohou sloužit nejen jako zpestření výuky, ale mnohdy mají i praktické uplatnění – jako například úloha dnešní, která pochází z jedné z knih o geniálním matematikovi dr. Ecco [9].

Na stránkách českého distributora je se možno dočíst, že (viz [10]):

Dr. Ecco miluje hlavolamy stejně jako mnoho jiných matematiků. Společně s profesorem Scarletem a svou neteří Lianou řeší mnoho problémů, se kterými se na něj obrací archeologové, konstruktéři vesmírných lodí, generálové, zločinci, ale i obyčejní lidé. Některé z nich vyžadují matematické myšlení, většina ale nemá jednoznačné řešení. Hádanky vyžadují základní znalosti aritmetiky a občas elementární algebry, je také možné použít pomoci počítače.

My si ukážeme, že někdy může pomoci i znalost optimalizačních metod.

Zadání

V kapitole nazvané „Hvězdy, peníze a čas“ řeší Dr. Ecco úlohu z oblasti filmového průmyslu. V jednoduchosti jde o to, jak naplánovat 19 filmových scén tak, aby byly

náklady na film minimální, přičemž náklady (které lze pomocí uspořádání filmových scén ovlivnit) sestávají z platů jednotlivých herců. Denně se točí 5 scén a ve filmu účinkuje celkem 11 herců, kteří jsou placeni za filmovací den. Je přitom zcela lhostejné, zda tento den hrají pouze v jedné nebo ve všech pěti scénách.

Mzdy jednotlivých herců jsou uvedeny v následující tabulce:

Tab. 1: Mzdy herců (zdroj [9])

Herec	denní honorář
Patt	264 810
Casta	250 430
Scolaro	303 100
Murphy	40 850
Brown	75 620
Hacket	93 810
Anderson	87 700
McDougal	57 880
Mercer	74 230
Spring	33 030
Thompson	95 930

Jediné další vstupní údaje, které jsou potřeba k dané úloze, je rozpis herců pro jednotlivé scény:

Tab. 2: Herci, kteří hrají v jednotlivých scénách (zdroj [9])

Scéna	Herci
1.	Hacket
2.	Patt, Hacket, Brown, Murphy
3.	McDougal, Scolaro, Mercer, Brown
4.	Casta, Mercer
5.	Mercer, Anderson, Patt, McDougal, Spring
6.	Thompson, McDougal, Anderson, Scolaro, Spring
7.	Casta, Patt
8.	Mercer, Murphy

9.	Casta, McDougal, Mercer, Scolaro, Thompson
10.	Casta, McDougal, Scolaro, Patt
11.	Patt
12.	Hacket, Thompson, McDougal, Murphy, Brown
13.	Hacket, Murphy, Casta, Patt
14.	Anderson, Scolaro
15.	Thompson, Murphy, McDougal, Patt
16.	Scolaro, McDougal, Casta, Mercer
17.	Scolaro, Patt, Brown
18.	Scolaro, McDougal, Hacket, Thompson
19.	Casta

Matematický model

Nejprve si upravme vstupní data tak, aby se nám s nimi lépe pracovalo.

Označme si *DenniHonorar* vektor denních honorářů jednotlivých herců:

$$DenniHonorar = (264\ 810, 250\ 430, 303\ 100, 40\ 850, 75\ 620, 93\ 810, 87\ 700, 57\ 880, 74\ 230, 33\ 030, 95\ 930)$$

A *Hraje* matici přiřazení jednotlivých herců ke scénám (kde 1 znamená, že herec ve scéně hraje a 0, že nehraje):

Tab. 3: Herci, kteří hrají v jednotlivých scénách – forma vhodná pro výpočet (zdroj: vlastní úprava tab. 2)

Scéna	herec										
	Patt	Casta	Scolaro	Murphy	Brown	Hacket	Anderson	McDougal	Mercer	Spring	Thompson
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
6	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0

9	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
10	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
15	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
16	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
17	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Budou nás zajímat následující 2 druhy binárních proměnných⁵:

$X_{sd} = 1$, pokud se scéna s bude natáčet v den d ,

$X_{sd} = 0$ jinak.

$s = 1, \dots, 19, d = 1, \dots, 4$.

Pozn.: 4 dny jsme zvolili z důvodu, že během těchto čtyř dnů jsme schopni natočit veškeré scény – natáčí se až 5 scén denně.

$Y_{dh} = 1$, pokud v natáčení den d hraje herec h (a jsme ho tedy nuceni platit),

$Y_{dh} = 0$ jinak.

$d = 1, \dots, 4, h = 1, \dots, 11$.

Účelová funkce, která vyjadřuje celkové náklady na mzdy všech herců během čtyř natáčecích dnů, má pak následující tvar (díky 0-1 proměnným a minimalizaci „platíme“ pouze ty dny, kdy je herec skutečně potřeba).

$$\sum_{d=1}^4 \sum_{h=1}^{11} D_{enn}iHonorar_h Y_{dh} \rightarrow \min$$

Rovněž omezení jsou velmi jednoduchá:

Každá scéna se odehraje = natáčí právě v jednom z natáčecích dnů:

$$\sum_{d=1}^4 X_{sd} = 1 \quad \forall s = 1, \dots, 19$$

Každý natáčecí den se natáčí maximálně 5 scén (resp. logicky vyjde, že během 3 dnů se natáčí vždy 5 scén a jeden den pak zbývající 4 scény):

⁵ O klasických úlohách se dvěma druhy provázaných proměnných je se možno více dozvědět např. v [7] nebo [8].

$$\sum_{s=1}^{19} X_{sd} \leq 5 \quad \forall d = 1, \dots, 4$$

A nakonec vazební podmínka mezi proměnnými X_{sd} a Y_{dh} .

Pokud se v daný den d natáčí scéna s (tj. $X_{sd} = 1$), ve které hraje daný herec h , musí platit, že $Y_{dh} = 1$. Proměnná Y_{dh} může být nulová pouze v případě, že daný herec h není v den d potřeba ani v jedné scéně. To zajistí následující podmínka:

$$\frac{\sum_{s=1}^{19} Hraje_{sh} X_{sd}}{5} \leq Y_{dh} \quad \forall h = 1, \dots, 11 \quad \forall d = 1, \dots, 4$$

Protože proměnná Y_{dh} je binární, musí nabývat hodnoty 1 i v případě, že se hraje pouze jediná scéna:

$$\frac{1}{5} \leq 1.$$

Scén se hraje denně maximálně 5 a rovněž

$$\frac{5}{5} \leq 1.$$

Pokud se však daný den nehraje žádná scéna, ve které herec vystupuje, minimalizační účelová funkce se již postará o to, že $Y_{dh} = 0$

Řešení

Úlohu jsme vyřešili v optimalizačním SW Lingo (viz [11]). Jde o SW, do kterého jde poměrně jednoduše přepsat matematický model (návod, jak zapsat jednoduché úlohy v tomto SW, lze nalézt např. v [7]). S podobnou syntaxí se lze ale setkat u téměř všech optimalizačních programů (z tohoto důvodu uvádíme zdrojový kód v příloze jako možnou inspiraci pro případné přepsání do jiného optimalizačního jazyka).

Minimální náklady na plat herců vyšly ve výši **3 341 440 USD**, přičemž rozložení scén do jednotlivých dnů – v našem značení proměnné X_{sd} – je zobrazeno v následující tabulce⁶:

Tab. 4: Přidělení scén do natáčecích dnů (zdroj: výstup z optimalizačního programu)

Scéna	Den natáčení			
	1	2	3	4
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0

⁶ Důležité je samozřejmě pouze to, které scény se hrají ve stejný den, pořadí dnů můžeme libovolně prohazovat.

3	1	0	0	0
4	0	1	0	0
5	0	0	1	0
6	0	0	0	1
7	0	1	0	0
8	0	1	0	0
9	1	0	0	0
10	1	0	0	0
11	0	0	1	0
12	0	0	1	0
13	0	1	0	0
14	0	0	0	1
15	0	0	1	0
16	1	0	0	0
17	1	0	0	0
18	0	0	0	1
19	0	1	0	0

Oproti situaci, kdy bychom platili všechny herce všechny čtyři hrací dny (náklady 5 509 560) se nám podařilo ušetřit 2 168 120 USD.

Z přiřazení scén do dnů lze pak jednoduše odvodit dny, pro které je potřeba mít k dispozici (a tedy rovněž zaplatit) jednotlivé herce⁷ – v našem značení jde přímo o jeden z výstupů modelu – proměnné Y_{dh} :

Tab. 5: Přidělení herců do natáčecích dnů (zdroj: výstup z optimalizačního programu)

Den natáčení	herec										
	Patt	Casta	Scolaro	Murphy	Brown	Hacket	Anderson	McDougal	Mercer	Spring	Thompson
1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
2	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
3	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1

Závěr

Autor v závěru této úlohy (viz [9] – str. 146-147) uvádí: „Je to klasická úloha, jejíž nejlepší řešení se dá nalézt pouze porovnáním všech možných permutací...

⁷ Opět je důležité pouze to, kolik dnů kterého herce potřebujeme a ne to, o které konkrétní dny se jedná.

Tato úloha patří mezi ty, jejichž řešení je v podstatě jednoduché, ale zabere hodně času.“ V našem článku jsme však ukázali, že pomocí lineárního programování lze optimální řešení nalézt velmi rychle a rovněž matematický model (a kód v optimalizačním SW) je pouze na několik málo řádek⁸.

Vlastní příklad má jistě použití nejen jako logická hádanka (a tedy maximálně jako zpestření výuky programování či k procvičení logického uvažování). Podobné úlohy, kdy je potřeba najít optimální využití „výrobních prostředků“, které mají denní sazbu, se totiž vyskytují nejen ve filmu.

Například já již několik týdnů mívám při své cestě do zaměstnání stavbu dálnice D3. Na stále stejném (a dobře viditelném) místě stojí 2 stroje – miniryvadlo a parní válec (a to bez ohledu na to, zda je ráno nebo odpoledne). Přitom jejich nájem jistě nebude zanedbatelný. Je otázkou, kolik by optimalizace byla schopna ušetřit v tomto případě (a to nemluvíme o ostatních strojích, které možná jenom nejsou tak na očích). Možná by pak dálnice nebyly tak drahé.

Literatura

- [1] BRANDA, M., KOPA, M. (2012). DEA-risk efficiency and stochastic dominance efficiency of stock indices. *Czech Journal of Economics and Finance*, Vol. 62, No. 2, 106-124.
- [2] CHÝNA, V. (2010): Řešení hlavolamu Harry Potter a princ dvojí krve pomocí optimalizace. *Logos Polytechnikos 2010*, ročník 1, číslo 2, Vysoká škola polytechnická Jihlava, ISSN 1804-3682
- [3] CHÝNA, V. (2011): Řešení hlavolamů Einsteinova typu pomocí optimalizace, *Logos Polytechnikos 2011*, ročník 2, číslo 3, Vysoká škola polytechnická Jihlava, ISSN 1804-3682
- [4] CHÝNA, V. (2012): Řešení problému kulatého stolu pomocí binárních proměnných na příkladech pohádky „O dvanácti měsíčkách“, *Logos Polytechnikos 2012*, ročník 3, číslo 3, Vysoká škola polytechnická Jihlava, ISSN 1804-3682
- [5] JABLONSKÝ, J. (2002): *Operační výzkum*. Professional Publishing, Praha 2002. ISBN 80-86419-42-8. (monografie)
- [6] KOPA, M. (2010). Measuring of second-order stochastic dominance portfolio efficiency, *Kybernetika* Vol. 46, No. 3, 488–500.
- [7] PELIKÁN, J. CHÝNA, V. (2012): *Kvantitativní management*, Praha: Oeconomica, 2011, ISBN 978-80-245-1830-5 (skripta)
- [8] PELIKÁN, J. (2001): *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Professional Publishing, Praha 2001. ISBN 80-86419-17-7. (monografie)

⁸ I když samozřejmě i optimalizace pomocí metody větvení a mezí prochází postupně všechna možná řešení. Oproti prostému generování permutací však využívá ořezávání neefektivních řešení za využití hodnoty účelové funkce. Zápis matematického modelu a jeho vyřešení může být navíc mnohem jednodušší a rychlejší, než vytvoření programu, který generuje všechna možná řešení.

- [9] Shasha, D.E. (2006): Kybernetické hlavolamy Dr. Eccca – 36 hlavolamů pro hackery a ostatní matematické detektivy, Mladá Fronta – edice Kolumbus, ISBN 80-204-1396-0
- [10] WWW stránky DatabazeKnih.cz [online]. [cit. 2013-05-27]. Dostupné z WWW: <<http://www.databazeknih.cz/knihy/kyberneticke-hlavolamy-dr-ecca-135741>>. (webové stránky)
- [11] WWW stránky společnosti Lindo systems inc. [online]. [cit. 2012-03-19]. Dostupné z WWW: <<http://www.lindo.com/>>. (webové stránky)

Optimization in the Film Industry

Abstract

In the article there is described the assignment problem of “means of production” with daily salary to the working days. For the demonstration a logical puzzle is used – salary for actors in the film industry. This logical puzzle is solved using SW Lingo – the source code can be found in appendix.

Key words

Optimization, Logical puzzle, Film industry, Lingo, Dr. Ecco.

Kontaktní údaje

RNDr. Ing. Vladislav Chýna
Vysoká škola ekonomická v Praze, katedra ekonometrie
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Příloha – zdrojový kód SW Lingo:

Model:

Sets:

```

Herec/1..11/: DenniHonorar;
DenNataceni/1..4/;!ve čtyřech dnech se stihne natočit vše;
Scena/1..19/;
ScenaHerec(Scena,Herec):Hraje; !Hraje(s,h)=1 --> ve scéně
s hraje herec h, vstupní data;
ScenaDenNataceni(Scena,DenNataceni):X; !X(s,d)=1 --> scéna
s se hraje v den d;
DenNataceniHerec(DenNataceni,Herec):Y; !Y(d,h)=1 --> v den
natáčení d hraje herec h a musíme ho tedy zaplatit;
Endsets

```

!účelová funkce = sazba jednotlivých herců x údaj o tom, zda v daný den hrají;

```
[Naklady]MIN =
```

```
@sum(DenNataceniHerec(d,h):DenniHonorar(h)*Y(d,h));
```

```
!Binární proměnné;
```

```
@for(ScenaDenNataceni:@bin(X));
```

```
@for(DenNataceniHerec:@bin(Y));
```

!Každá scéna se natáčí právě v jednom natáčecím dnu;

```
@for(Scena(s):
```

```
@sum(DenNataceni(d):X(s,d))=1
```

```
);
```

!Denně se natáčí maximálně 5 scén;

```
@for(DenNataceni(d):
```

```
@sum(Scena(s):X(s,d))<=5
```

```
);
```

!pokud se určitý den natáčí scéna, ve které hraje konkrétní herec, označíme, že herec je v tento den potřeba a musí se zaplatit;

```
@for(DenNataceni(d):
```

```
@for(Herec(h):
```

```
Y(d,h)>=@sum(Scena(s):Hraje(s,h)*X(s,d))/5
```

```
);
```

```
);
```

Data:

```
Hraje,DenniHonorar=@ole('OptimalizaceVeFilmu.xls');
```

!načtení údajů z MS Excel - odkaz na pojmenované oblasti;

```
@ole('OptimalizaceVeFilmu.xls')=X,Y,Naklady; !výpis řešení
```

do MS Excel - odkaz na pojmenované oblasti;

```
Enddata
```

LOGOS POLYTECHNIKOS

Odborný recenzovaný časopis Vysoké školy polytechnické Jihlava, který svým obsahem reflektuje zaměření studijních programů VŠPJ. Tematicky je zaměřen do oblastí společenskovedních a technických. Jednotlivá čísla jsou úžeji vymezená.

Časopis vychází 4x ročně v nákladu 150 výtisků

Šéfredaktor: doc. PhDr. Martin Hemelík, Ph.D.

Odpovědný redaktor tohoto čísla:

Ing. Martina Kuncová, Ph.D.

RNDr. Radek Stolín, Ph.D.

Editor: Mgr. Alena Šetková (komunikace s autory a recenzenty)

Technické zpracování: Petr Ház

Web editor: Jitka Kalabusová

Redakční rada:

doc. PhDr. Ladislav Benyovszky, CSc., prof. PhDr. Ivan Blecha, CSc.,

doc. Mgr. Ing. Martin Dlouhý, Dr., prof. Ing. Tomáš Dostál, DrSc.,

Ing. Jiří Dušek, Ph.D., prof. RNDr. Ivan Holoubek, CSc., Mgr. Petr Chládek, Ph.D.,

prof. PhDr. Ivo Jirásek, Ph.D., prof. Ing. Bohumil Minařík, CSc.,

doc. PhDr. Ján Pavlík, doc. PhDr. Karel Pstružina, CSc.,

prof. MUDr. Aleš Roztočil, CSc., prof. Ing. Jan Váchal, CSc.

Pokyny pro autory a deklarovaná forma příspěvků jsou dostupné na <https://www.vspj.cz/tvurci-cinnost/casopisy-vspj/logos-polytechnikos>

Zasílání příspěvků

Redakce přijímá příspěvky v českém, slovenském nebo světovém jazyce elektronicky na adrese logos@vspj.cz

Adresa redakce:

Vysoká škola polytechnická Jihlava, Tolstého 16, 586 01 Jihlava

Distribuce: časopis je dostupný v elektronické podobě na webových stránkách školy. V omezeném množství jej lze vyžádat zdarma na adrese redakce.

Vytiskl: AMAPRINT-Kerndl s.r.o., Třebíč

Vydání: září 2013

© Vysoká škola polytechnická Jihlava

ISSN 1804-3682

Registrace MK ČR E 19390

RECENZENTI ČÍSLA 3/2013

(DO ELEKTRONICKÉHO VYDÁNÍ DOPLNĚNO 15. 3. 2016)

Mgr. Petra Bartošková (Mendelova univerzita v Brně)

doc. Ing. Jiří Beck, CSc. (Západočeská univerzita v Plzni)

Ing. Zuzana Dlouhá, Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

doc. Ing. Anna Fedorová, CSc. (Vysoké učení technické v Brně)

RNDr. Anna Hejlová, Ph.D. (Česká zemědělská univerzita v Praze)

doc. Ing. Marie Hesková, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

doc. Ing. Stanislav Klazar Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

prof. RNDr. Ing. Jan Kodera, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

Ing. Pavel Kolář, CSc. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

Ing. Jana Krbová, Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

doc. Ing. Tomáš Pavelka, Ph.D. (Vysoká škola ekonomická v Praze)

Ing. Jan Přikryl, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

prof. Ing. Libuše Svatošová, CSc. (Česká zemědělská univerzita v Praze)



Vysoká škola polytechnická Jihlava

Tolstého 16, 586 01 Jihlava

e-mail: vspj@vspj.cz | tel.: 567 141 111

www.vspj.cz

